

गणित कक्षा ६

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक : नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

© सर्वाधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

यस पाठ्यपुस्तकसम्बन्धी सम्पूर्ण अधिकार पाठ्यक्रम विकास केन्द्र सानोठिमी, भक्तपुरमा निहित रहेको छ । पाठ्यक्रम विकास केन्द्रको लिखित स्वीकृतिबिना व्यापारिक प्रयोजनका लागि यसको पुरै वा आंशिक भाग हुबहु प्रकाशन गर्न, परिवर्तन गरेर प्रकाशन गर्न, कुनै विद्युतीय साधन वा अन्य प्रविधिबाट रेकर्ड गर्न र प्रतिलिपि निकाल्न पाइने छैन ।

प्रथम संस्करण : वि.सं २०७८

पाठ्यपुस्तकसम्बन्धी पाठकहरूका कुनै पनि प्रकारका सुझावहरू भएमा पाठ्यक्रम विकास केन्द्र, समन्वय तथा प्रकाशन शाखामा पठाइदिनुहुन अनुरोध छ । पाठकहरूबाट आउने सुझावहरूलाई केन्द्र हार्दिक स्वागत गर्दछ ।

हाम्रो भनाइ

विद्यार्थीमा देशप्रेम, राष्ट्रिय एकताको भावना, लोकतान्त्रिक मूल्यमान्यता र संस्कारको विकास स्वम् विविधताप्रतिको सम्मानको भावना जगाई व्यावहारिक रूपले भाषिक तथा सञ्चार सिपको विकास गराउनु आवश्यक छ । यसै गरी विद्यार्थीमा सूचना र विचारको आदानप्रदान, सूचना प्रविधिको प्रयोग स्वम् तार्किक शिल्पका माध्यमले सकारात्मक भावनाको विकास गरी वैज्ञानिक अवधारणालाई व्यवहारमा प्रयोग गर्ने दक्षता अभिवृद्धि पनि विशेष पक्षका रूपमा रहेको छ । विद्यार्थीमा नैतिकता, अनुशासन, सामाजिक र मानवमूल्य बोध तथा चारित्रिक र नागरिक गुण तथा बोधगम्य भाषाको विकास स्वम् वातावरण संरक्षण र दिगो विकासप्रतिको सजगता अपेक्षित छ । कक्षाकोठाको सिकाइले विद्यार्थीमा शारीरिक तन्दुरुस्ती, स्वस्थकर जीवनशैली, जीवनयोपयोगी सिप, पेसा र श्रमप्रति सम्मान तथा व्यवहारकुशल सिप विकास गर्न सक्नुपर्छ । विद्यार्थीहरूले नेपाली कला, साहित्य र संस्कृतिको संरक्षण गरी सिर्जनात्मक प्रयोग गर्न सक्नुपर्छ । उनीहरूमा सामाजिक र भौगोलिक परिवेश बोध र सद्भाव स्वम् सहअस्तित्व बोधका माध्यमले दैनिक जीवनमा आइपर्ने समस्याको समाधान गर्ने सिप पनि विकास हुन आवश्यक छ । यस पक्षलाई दृष्टिगत गरी विद्यालय शिक्षाको राष्ट्रिय पाठ्यक्रम प्रारूप, २०७६ अनुसार तयार गरिएको यो पाठ्यपुस्तक परीक्षणबाट प्राप्त पृष्ठपोषणसमेत समावेश गरी यस रूपमा विकास गरिएको हो ।

सुरुमा श्री अनुपमा शर्मा, डा. एकराज पण्डित र श्री नरहरि आचार्यबाट लेखिएको यस पाठ्यपुस्तकलाई डा. बालचन्द्र लुङ्गेल, श्री नरहरि आचार्य, श्री अनुपमा शर्मा, श्री रितु श्रेष्ठ, श्री रामचन्द्र ढकाल र श्री जगन्नाथ अधिकारी सदस्य रहेको कार्यदलबाट सुधार गरिएको हो । पाठ्यपुस्तकलाई यस रूपमा ल्याउने कार्यमा यस केन्द्रका महानिर्देशक श्री अणुप्रसाद न्यौपाने, तत्कालीन महानिर्देशन श्री केशवप्रसाद देहाल, डा. रामजीप्रसाद पण्डित, स्व. डा. राममान श्रेष्ठ, श्री लक्ष्मीनारायण यादव, श्री वैकुण्ठप्रसाद खनाल, श्री प्रमिला बखती, श्री कृष्णप्रसाद पोखरेल, श्री गोमा श्रेष्ठ, श्री अनिरुद्रसाद न्यौपाने र श्री राजकुमार माथेमाको योगदान रहेको छ । यसको भाषा सम्पादन श्री गणेशप्रसाद भट्टराई र श्री चिनाकुमारी निरौलाबाट भएको हो । यस पुस्तकको चित्राङ्कन श्री देव कोइमीबाट तथा लेआउट डिजाइन श्री खडोस सुनुवार र श्री नवराज पुरीबाट भएको हो । यसको विकासमा संलग्न सम्पूर्णप्रति केन्द्र हार्दिक कृतज्ञता प्रकट गर्दछ ।

पाठ्यपुस्तकलाई शिक्षण सिकाइको महत्त्वपूर्ण साधनका रूपमा लिइन्छ । यस पाठ्यपुस्तकको प्रयोगबाट पाठ्यक्रमद्वारा लक्षित सक्षमता हासिल गर्न विद्यार्थीलाई सहयोग पुग्ने अपेक्षा गरिएको छ । पाठ्यपुस्तकलाई सकेसम्म क्रियाकलापमुखी र रुचिकर बनाउने प्रयत्न गरिएको छ । यस पाठ्यपुस्तकलाई अभै परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, बुद्धिजीवी स्वम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत महत्त्वपूर्ण भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुझावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

वि. सं. २०७८

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

विषयसूची

एकाइ	विषयवस्तु	पृष्ठसंख्या
एकाइ एक	समूह	१-९
पाठ १	समूह	१
एकाइ दुई	अङ्क गणित	१०-१०५
पाठ २	पूर्ण सङ्ख्या	१०
पाठ ३	पूर्णाङ्कहरू	५०
पाठ ४	भिन्न	५३
पाठ ५	दशमलव	७६
पाठ ६	प्रतिशत	८६
पाठ ७	नाफा र नोक्सान	९२
पाठ ८	ऐकिक नियम	९८
एकाइ तीन	क्षेत्रमिति	१०६-१२७
पाठ ९	दुरी	१०६
पाठ १०	परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन	१११
एकाइ चार	बीजगणित	१२८-१५८
पाठ ११	घाताङ्क	१२८
पाठ १२	बीजीय अभिव्यञ्जक	१३१
पाठ १३	समीकरण, असमानता र लेखाचित्र	१४६
एकाइ पाँच	ज्यामिति	१५९-२२३
पाठ १४	रेखा र कोणहरू	१५९
पाठ १५	समतलीय आकृति	१८६

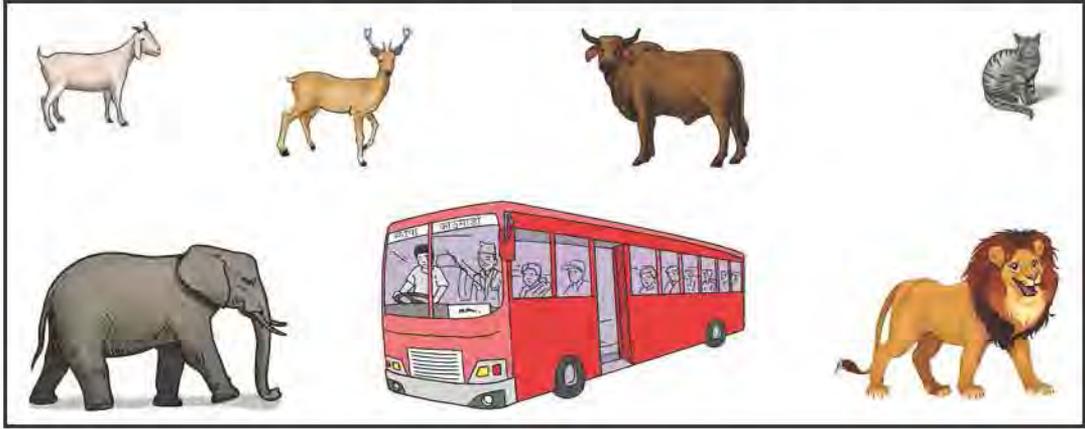
पाठ १६	वृत्त	१९८
पाठ १७	ठोस वस्तुहरू	२०१
पाठ १८	निर्देशाङ्क ज्यामिति	२०८
पाठ १९	सममिति र टेसेलेसन	२१५
स्काइ छ	तथ्याङ्क शास्त्र	२२४-२३३
पाठ २०	तथ्याङ्क शास्त्र	२२४

पाठ 1

समूह (Set)

1.0 पुनरवलोकन (Review)

तलको पोस्टर अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् :



(क) माथिको पोस्टरमा के के वस्तुहरू छन् ?

(ख) गुणका आधारमा नमिल्ने वस्तु छुट्याउनुहोस् ।

(ग) नमिल्ने वस्तु छुट्याइसकेपछि बाँकी रहेका वस्तुलाई के भन्न सकिन्छ होला ?

दिइएका वस्तुहरूको सङ्कलनलाई तोकेर कुनै समूह भनी परिभाषित गर्न कठिन हुन्छ । तर बसको चित्रलाई त्यसबाट हटाउँ भने पोस्टरमा जनावरहरूको सङ्कलन बन्दछ । यसलाई पोस्टरमा भएका जनावरहरूको समूह भन्न सकिन्छ ।

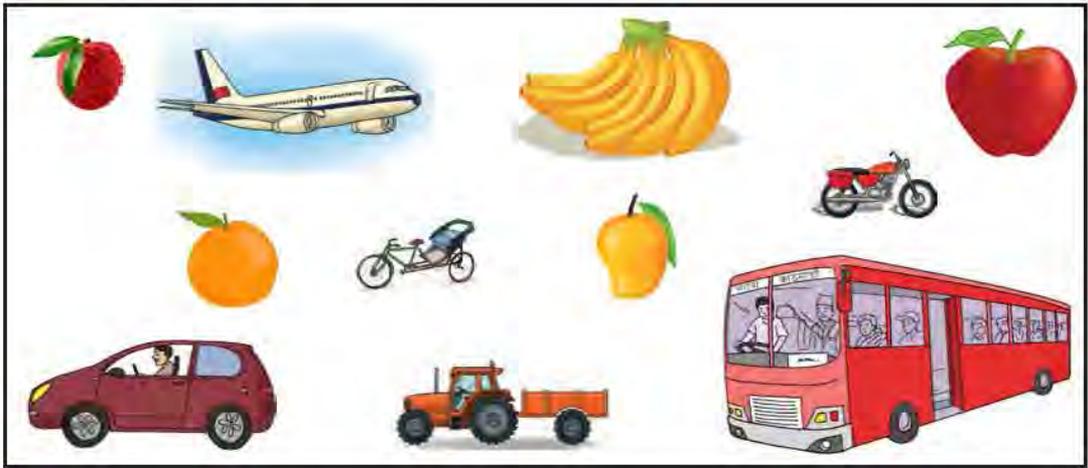
जनावरहरूको समूहलाई A ले जनाउँदा,

$A = \{हात्ती, सिंह, बाखा, जरायो, बिरालो, गोरु\}$ लेख्न सकिन्छ ।

- राम्रोसँग परिभाषित गर्न सकिने वस्तुहरूको सङ्कलन नै समूह हो । समूहमा कुनै वस्तु पर्छ वा पर्दैन भनी किटान साथ भन्न सकिन्छ ।
- समूहलाई अङ्ग्रेजी वर्णमालाको ठुला अक्षरहरू A, B, C, ... ले जनाउने गरिन्छ । समूहका सदस्यहरूलाई साना अक्षरहरू a, b, c, ... ले जनाइन्छ ।

क्रियाकलाप 1

चित्रमा दिइएका विभिन्न वस्तुहरूको सङ्कलनलाई एउटै खालका वा समान गुणका आधारमा कतिओटा फरक फरक समूहहरू निर्माण गर्न सकिन्छ ? जोडीमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

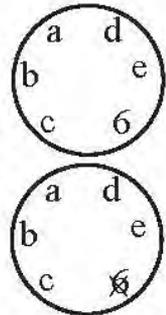


उदाहरण 1

दिइएको समूहमा नमिल्ने एउटालाई चिह्न (x) गर्नुहोस् । त्यसपछि केको समूह बन्दछ, लेख्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, a, b, c, d, e अङ्ग्रेजी वर्णमालाका पहिला पाँचओटा अक्षरहरू हुन् । 6 प्राकृतिक सङ्ख्या हो । यो गोलो घेराबाट 6 लाई हटाएपछि अङ्ग्रेजी वर्णमालाका सुरुका पाँचओटा अक्षरहरूको समूह बन्दछ ।



उदाहरण 2

तल दिइएका सङ्कलनहरू परिभाषित सङ्कलन हुन् वा होइनन्, लेख्नुहोस् :

(क) 20 भन्दा साना बिजोर प्राकृतिक सङ्ख्याहरू

(ख) नेपालका दुईओटा राम्रा सहरहरू

(ग) कक्षा 6 मा अग्ला विद्यार्थीहरू

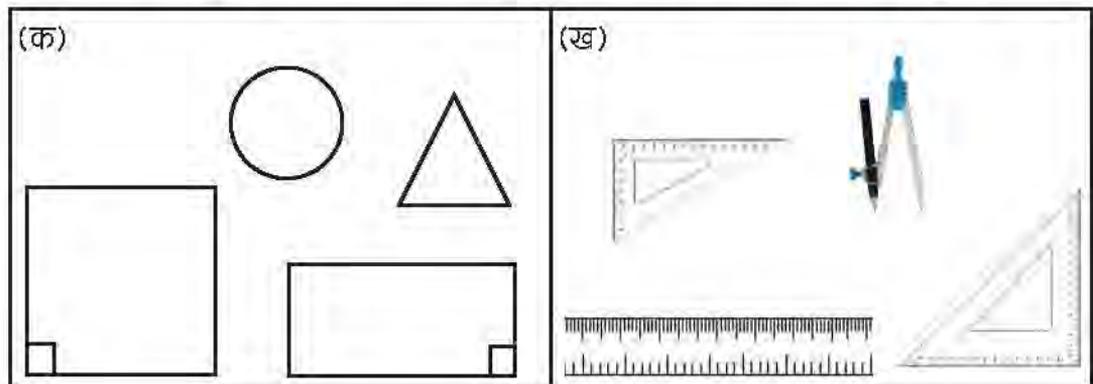
(घ) अङ्ग्रेजी अक्षर S बाट सुरु हुने हप्ताका बारका नामहरू

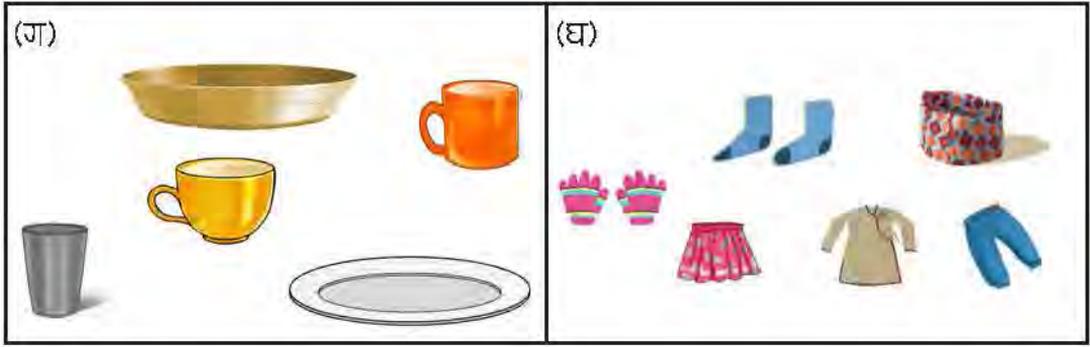
समाधान

- (क) 20 भन्दा साना बिजोर प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको सङ्कलनमा कुन कुन सदस्यहरू पर्दछन् भनी किटानका साथ भन्न सकिन्छ, त्यसैले यो परिभाषित सङ्कलन हो ।
- (ख) नेपालका दुईओटा सहरहरूको छनोट गर्दा कुन आधारमा गर्ने निश्चित छैन, त्यसैले यो परिभाषित सङ्कलन होइन ।
- (ग) कक्षा 6 मा अग्ला विद्यार्थीहरूको समूहमा कति उचाई भएका विद्यार्थीहरूलाई राख्न सकिन्छ भन्ने निश्चित छैन, त्यसैले यो परिभाषित सङ्कलन होइन ।
- (घ) अङ्ग्रेजी अक्षर S बाट सुरु हुने हप्ताका बारका नामहरू Sunday र Saturday हो भनी किटानसाथ भन्न सकिन्छ, त्यसैले यो परिभाषित समूह हो ।

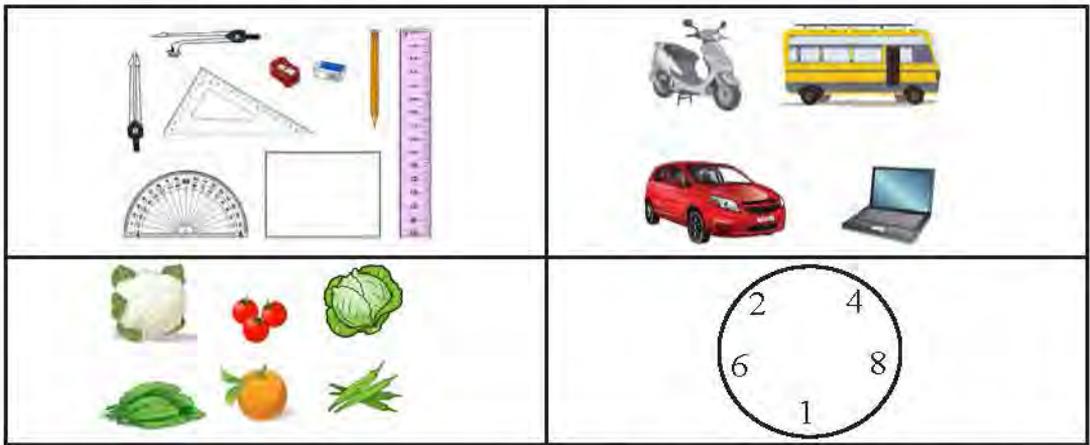
अभ्यास 1.1

1. तल दिइएका वस्तुहरूको सङ्कलन अवलोकन गरी के के को समूह हो, छलफल गर्नुहोस् ।
- (क) आइतबार, सोमबार, मङ्गलबार, बुधबार, बिहीबार, शुक्रबार, शनिबार
- (ख) 2, 3, 5, 7
- (ग) a, e, i, o, u
2. तलका समूहहरूका नाम र ती समूहका सदस्यहरूका नाम पनि लेख्नुहोस् ।





3. तल दिइएका समूहमा नमिल्ने सउटालाई चिह्न (×) गर्नुहोस् । त्यसपछि केको समूह बन्दछ, लेख्नुहोस् :



4. तल दिइएका सङ्कलनहरू समूह हुन् वा होइनन्, कारणसहित लेख्नुहोस् ।
- (क) राम्रा अक्षर लेख्ने कक्षा 6 का विद्यार्थीहरूको समूह
- (ख) राम्रो स्वरले गीत गाउने विद्यार्थीहरूको समूह
- (ग) तपाईंको विद्यालयमा कक्षा 6 मा पढाउने शिक्षकहरूको समूह
- (घ) कक्षा 6 मा पढाइ हुने पाठ्यपुस्तकहरूको समूह
- (ङ) 30 का गुणनखण्डहरूको समूह

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

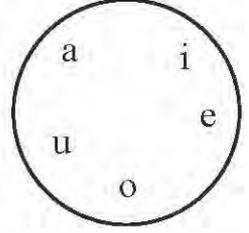
1.1 समूहलाई जनाउने तरिका (Method of describing set)

क्रियाकलाप 1

चित्रमा गोलो घेराभित्र के के छन् ? दिइएका समूहहरूको साभा गुण पत्ता लगाई समूहमा कसरी लेखिन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

चित्रमा गोलो घेराभित्र अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वर वर्णहरू छन् । त्यसैले यसलाई अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वर वर्णहरूको समूह भन्न सकिन्छ । माथिको समूहलाई V ले जनाउँदा,

$$V = \{a, e, i, o, u\} \text{ लेख्न सकिन्छ ।}$$



यसरी समूहका सदस्यहरूलाई मझौला कोष्ठभित्र अल्पविरामले छुट्याएर लेखिने विधि सूचीकरण विधि हो । यसै गरी समूहलाई जनाउने तरिका अन्य पनि छन् कि ?

समूहलाई जनाउने तरिकाहरू

- (क) सूचीकरण विधि (Listing method): समूहका सदस्यहरूलाई मझौला कोष्ठ भित्र अल्पविरामले छुट्याएर लेखिनुलाई सूचीकरण विधि भनिन्छ । जस्तै : $V = \{a, e, i, o, u\}$
- (ख) व्याख्या विधि (Describing method): समूहका सदस्यहरूको गुणलाई विचार गरी शब्द वा वाक्यद्वारा अभिव्यक्त गर्नुलाई व्याख्या विधि भनिन्छ, जस्तै : $V = \{\text{अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वर वर्णहरूको समूह}\}$
- (ग) समूह निर्माण विधि (Set builder method): यसमा कुनै एउटा समूहका सदस्यहरूका साभा गुणका आधारमा उक्त चलको व्याख्या गरिन्छ, जस्तै : $V = \{x : x \text{ एउटा 10 भन्दा साना रुढ सङ्ख्या हो }\}$
- यहाँ, x एउटा चलराशि हो । x लाई 10 भन्दा साना रुढ सङ्ख्याको ठाउँमा राखिसको छ । त्यसैले x ले 2, 3, 5, 7 लाई बुझाउँछ । ‘:’ चिह्नले such that बुझाउँछ ।

उदाहरण 1

16 का गुणनखण्डहरूलाई सूचीकरण विधिबाट समूह सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, 16 का गुणनखण्डहरूलाई F ले जनाउँदा,

$$F = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

चरणहरू

- (क) समूहलाई कुन अक्षरले जनाउने हो, निश्चित गर्नुहोस् ।
(ख) समूहका सबै सदस्यहरू के के हुन् पहिचान गर्नुहोस् ।
(ग) सदस्यहरूलाई मभौला कोष्ठ { } भित्र अल्पविरामले छुट्याएर लेख्नुहोस् ।
(घ) कुनै पनि सदस्यहरूलाई नछुटाई नदोहोरिने गरी लेख्नुहोस् ।

उदाहरण 2

दिइएको समूह $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ लाई व्याख्या विधिबाट लेख्नुहोस् :

समाधान

यहाँ, दिइएको समूहलाई A ले जनाउँदा,
 $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ छ ।

व्याख्या विधिबाट लेख्दा,

$A = \{10$ सम्मका जोर पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह $\}$ हुन्छ ।

उदाहरण 3

दिइएको समूहलाई समूह निर्माण विधिबाट लेख्नुहोस् । $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

समाधान

यहाँ, $A = \{x : x$ सडटा 6 भन्दा सानो प्राकृतिक सङ्ख्या हो $\}$

अभ्यास 1.2

1. तल दिइएका प्रत्येक समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् :
- (क) 12 महिनाका नेपाली नामहरूको समूह
(ख) नेपालको राष्ट्रिय भन्डामा प्रयोग गरिएका रङहरूको समूह
(ग) 10 भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह
(घ) 10 भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूह

चरणहरू

- (क) समूहलाई कुन अक्षरले जनाउने हो, निश्चित गर्नुहोस् ।
(ख) समूहका सबै सदस्यहरूका साभा गुणको पहिचान गर्नुहोस् ।
(ग) समूहका गुणलाई विचार गरी वाक्यमा लेख्नुहोस् ।

2. तल दिइएका प्रत्येक समूहलाई व्याख्या विधिबाट लेख्नुहोस् :
- (क) $A = \{ 2, 4, 6, 8, 9 \}$
 (ख) $B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$
 (ग) $C = \{ 3, 6, 9, 12, 15 \}$
 (घ) $D = \{ 1, 3, 9 \}$
3. तल दिइएका प्रत्येक समूहलाई समूह निर्माण विधिबाट लेख्नुहोस् :
- (क) $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$
 (ख) $B = \{ 1, 4, 9 \}$
 (ग) $C = 20$ सम्मका संयुक्त सङ्ख्याहरूको समूह
 (घ) $T = \{ \text{समकोणी त्रिभुज, न्यूनकोणी त्रिभुज, अधिककोणी त्रिभुज} \}$
4. तल दिइएका समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् र ती समूहका सदस्यहरूको सङ्ख्या पनि लेख्नुहोस् :
- (क) $A = \{ 15 \text{ का रूढ सङ्ख्याहरूको समूह} \}$
 (ख) $B = \{ x : x \text{ सट्टा } 40 \text{ सम्मका } 4 \text{ का अपवर्त्यहरूको समूह हो} \}$
 (ग) $C = \{ 2 \text{ भन्दा ठुला र } 7 \text{ भन्दा साना गन्ती सङ्ख्याहरूको समूह} \}$
 (घ) $D = \{ 20 \text{ का गुणनखण्डहरूको समूह} \}$

परियोजना कार्य

तपाईं आफ्नो विद्यालयको कक्षाकोठामा भएका वस्तुहरूको सङ्कलन गर्नुहोस् । उक्त वस्तुहरूबाट उस्तै गुण भएकालाई राम्रोसँग परिभाषित हुने कम्तीमा 3 ओटा समूहहरूको निर्माण गरी तिनीहरूलाई व्याख्या विधि, सूचीकरण विधि र समूह निर्माण विधिबाट लेखी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

1.2 समूहको सदस्यता (Membership of a set)

क्रियाकलाप 1

दिइएको गोलो घेराभित्र के के छन् ? यो केको समूह हो ?

(क) के सयपत्री फूल यस समूहको सदस्य हो ?

(ख) मखमली फूल यस समूहको सदस्य हो वा होइन, छलफल गर्नुहोस् ।

चित्रमा दिइएको घेराभित्र विभिन्न फूलहरू छन् । यो गुलाफ, सयपत्री, सूर्यमुखी र कमल फूलहरूको सङ्कलन हो । घेराभित्र भएका सबै फूलहरू यस समूहका सदस्यहरू हुन् । यदि यस समूहलाई F ले जनाउने हो भने,

$F = \{\text{गुलाफ, सयपत्री, सूर्यमुखी, कमल}\}$ लेख्न सकिन्छ । समूहमा चारओटा सदस्यहरू छन् । सयपत्री फूल समूह F मा पर्दछ । त्यसैले सयपत्री $\in F$ लेखिन्छ । मखमली फूल समूह F मा छैन । मखमली फूल यो समूहको सदस्य होइन । त्यसैले मखमली $\notin F$ लेखिन्छ ।



चिह्न \in ले सदस्य हो अथवा समूहमा पर्दछ भन्ने जनाउँछ । ' \in ' चिह्नलाई belongs to भनेर पढिन्छ । चिह्न \notin ले सदस्य होइन अथवा समूहमा पर्दैन भन्ने जनाउँछ । ' \notin ' चिह्नलाई does not belong to भनेर पढिन्छ ।

उदाहरण 1

१. खाली ठाउँमा \in वा \notin मध्ये मिल्ने चिह्न छानेर लेख्नुहोस् :

(a) $6 \dots \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (b) $5 \dots \{2, 4, 6, 8, 9\}$

समाधान

(a) समूह $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ मा 6 पर्दछ । यसलाई,

$6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ लेखिन्छ । त्यसैले, 6 यो समूहको सदस्य हो ।

(b) समूह $\{2, 4, 6, 8, 9\}$ मा 5 छैन । यसलाई,

$5 \notin \{2, 4, 6, 8, 9\}$ लेखिन्छ । त्यसैले 5 यो समूहको सदस्य होइन ।

अभ्यास 1.3

१. खाली ठाउँमा \in वा \notin मध्ये मिल्ने चिह्न छानेर लेख्नुहोस् :
- (क) $1 \dots \{6 \text{ का गुणनखण्डहरूको समूह}\}$
(ख) $\Delta \dots \{\square, \odot, \triangle\}$
(ग) $9 \dots \{3 \text{ का अपवर्त्यहरूको समूह}\}$
(घ) $9 \dots \{15 \text{ भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूह}\}$
२. ठिक भए (T) र बेठिक भए (F) लेख्नुहोस् । यदि S ले सार्क राष्ट्रहरूको समूह जनाउँछ भने ,
- (क) नेपाल $\in S$
(ख) थाईल्याण्ड $\notin S$
(ग) भारत $\in S$
(घ) बङ्गलादेश $\notin S$
३. तल दिइएका समूहलाई सूचीकरण विधिद्वारा समूह सङ्केतमा लेख्नुहोस् :
- (क) kathmandu शब्दमा भएका अक्षरहरूको समूह
(ख) mathematics शब्दमा भएका अक्षरहरूको समूह
(ग) समूह (क) र (ख) दुवैमा पर्ने सदस्यहरूको समूह

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

मिश्रित अभ्यास

१. समूह $A = \{6 \text{ को गुणनखण्डहरूको समूह}\}$ र $B = \{10 \text{ भन्दा साना रूढ सङ्ख्याहरूको समूह}\}$ भए समूह A र समूह B लाई सूचीकरण र समूह निर्माण विधिमा लेख्नुहोस् ।
२. 10 भन्दा साना संयुक्त सङ्ख्याहरूको समूहलाई व्याख्या विधिमा लेख्नुहोस् ।
३. समूह $A = \{10 \text{ भन्दा साना जोर सङ्ख्याहरूको समूह}\}$ र $B = \{10 \text{ भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याहरूको समूह}\}$ भए समूह A र समूह B लाई सूचीकरण र समूह निर्माण विधिमा लेख्नुहोस् ।

पूर्ण सङ्ख्या (Whole Number)

2.0 पुनरवलोकन (Review)

तल दिइएका चित्रहरूको अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नहरू साथीहरूसित छलफल गरी निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (क) चित्र I मा कतिओटा सिसाकलमहरू छन् ?
 (ख) चित्र II मा देखाइएको एक बोरा चामलमा कतिओटा चामलका दानाहरू छन् ?
 (ग) के सिसाकलमहरू, चामलका दानाहरूको गन्ती गर्न सम्भव छ ?



सिसाकलमहरू गन्ती गर्न सकिन्छ । बोराभित्रको चामलको दाना गन्ती गर्न सकिन्छ तर पुरै गणना गर्न कठिन हुन्छ । यसरी वस्तुहरूको गणना गर्न प्रयोग गरिने सङ्ख्यालाई प्राकृतिक सङ्ख्या भनिन्छ, जस्तै: 1, 2, 3, ... । प्राकृतिक सङ्ख्या 1 बाट सुरु भई अनन्तसम्म जान्छ । प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहलाई N ले जनाइन्छ । $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ लेखिन्छ ।



गन्तीका सङ्ख्याहरूको समूहलाई प्राकृतिक सङ्ख्या (Natural number) भनिन्छ ।

2.1 पूर्ण सङ्ख्याको परिचय (Introduction to whole numbers)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएका प्रश्नहरूलाई साथीहरूसित छलफल गरी निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) के दुईओटा प्राकृतिक सङ्ख्याहरूलाई जोडदा आउने योगफल पनि प्राकृतिक सङ्ख्या नै हुन्छ ?
- (ख) के दुईओटा प्राकृतिक सङ्ख्याहरूलाई गुणन गर्दा आउने गुणनफल पनि प्राकृतिक सङ्ख्या नै हुन्छ ?
- (ग) दुईओटा प्राकृतिक सङ्ख्याहरूसितको फरक के होला ?

कुनै दुईओटा प्राकृतिक सङ्ख्याहरू जोडदा वा गुणन गर्दा प्राकृतिक सङ्ख्या नै बन्दछ । तर दुई प्राकृतिक सङ्ख्याहरूलाई घटाउँदा प्राकृतिक सङ्ख्या नहुन पनि सक्छ, जस्तै :

$$8 + 6 = 14$$

$$8 + 8 = 16$$

$$8 \times 6 = 48$$

$$8 \times 8 = 64$$

$$8 - 6 = 2$$

$$8 - 8 = 0$$

यहाँ, शून्य 0 प्राकृतिक सङ्ख्या होइन । कुनै पनि वस्तु कति पनि छैन भनी सो वस्तुको सङ्ख्या जनाउन शून्यको प्रयोग गरिन्छ । पूर्ण सङ्ख्या शून्यबाट सुरु भई अनन्तसम्म जान्छ । पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई W ले जनाइन्छ ।

त्यसैले $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ लेखिन्छ ।



शून्यसहितको प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको समूहलाई पूर्ण सङ्ख्या भनिन्छ । पहिलो र सबैभन्दा सानो पूर्ण सङ्ख्या शून्य "0" हो ।

2.1.1 सबैभन्दा साना र ठुला सङ्ख्याहरू (Smallest and largest numbers)

क्रियाकलाप 1

विभिन्न अङ्कहरूबाट बन्न सक्ने सबैभन्दा साना र ठुला सङ्ख्याहरू तल तालिकामा भर्नुहोस् :

	सबैभन्दा सानो सङ्ख्या	सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या
एक अङ्कले बनेको	1	9
दुई अङ्कले बनेको	10	99
तीन अङ्कले बनेको		
चार अङ्कले बनेको		
पाँच अङ्कले बनेको		
छ अङ्कले बनेको		

यी 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 र 9 गरी जम्मा दशओटा अङ्कहरूको प्रयोगबाट जतिसुकै ठुला सङ्ख्याहरू पनि लेख्न सकिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

I : तीनओटा अङ्कहरू लेखिएका अङ्कपत्ती लिनुहोस् । 1 5 8

II : यी तीनओटा अङ्कपत्तीहरूको प्रयोग गरी कतिओटा सङ्ख्याहरू बनाउन सक्नुहुन्छ, बनाउनुहोस् ।

III : अब तपाईंले बनाउनुभएका सङ्ख्याहरू कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

IV : ती सङ्ख्याहरूमध्ये सबैभन्दा सानो सङ्ख्या र ठुलो सङ्ख्या बताउनुहोस् ।

यी तीनओटा अङ्कपत्तीमध्ये 1 लाई सयको स्थानमा राख्दा 185 र 158 बन्दछ । 8 लाई सयको स्थानमा राख्दा 815 र 851 बन्दछ । यसरी नै 5 लाई सयको स्थानमा राख्दा 518 र 581 बन्छ । यसरी जम्मा 6 ओटा सङ्ख्याहरू बन्छन् । यसमध्ये सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 851 र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 158 छ ।

कुनै पनि सङ्ख्यामा भएका अङ्कहरूको मान तिनीहरूको स्थानअनुसार ठुलो सानो हुने हुँदा तिनको स्थान परिवर्तन गरेर ठुलो वा सानो सङ्ख्या बनाउन सकिन्छ ।

अङ्कहरूको स्थानमानका आधारमा सङ्ख्यालाई ठुलो वा सानो बनाउन सकिन्छ ।

उदाहरण 1

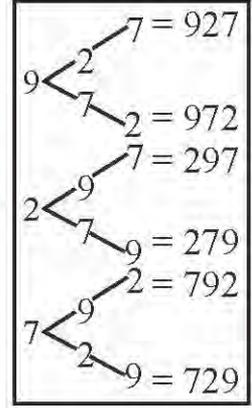
9, 2 र 7 बाट बन्न सक्ने सम्भावित सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् ।

समाधान

9, 2 र 7 बाट बन्ने सङ्ख्याहरू दायाँको चित्रमा जसरी देखाउन सकिन्छ :

सम्भावित सङ्ख्याहरू :

927, 972, 297, 279, 792, 729



उदाहरण 2

5, 0 र 1 बाट बन्ने तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो र सबैभन्दा सानो सङ्ख्याको फरक पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, 5, 0 र 1 बाट बन्ने तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 510 र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 105 हो ।

$$\begin{aligned} \text{तिनीहरूबीचको फरक} &= 510 - 105 \\ &= 405 \end{aligned}$$

अभ्यास 2.1

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - 0 देखि 9 सम्मका दशओटा अङ्कहरू प्रयोग गरेर जतिसुकै ठुलो सङ्ख्या पनि लेख्न सकिन्छ ।
 - सबैभन्दा सानो प्राकृतिक सङ्ख्या शून्य (0) हो ।
 - पहिलो र सबैभन्दा सानो पूर्ण सङ्ख्या शून्य (0) हो ।
 - प्राकृतिक सङ्ख्या 1 देखि सुरु हुन्छ र अनन्तसम्म जान्छ ।
 - 2, 1 र 0 बाट बन्ने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 102 हो ।
- 2, 1 र 7 बाट बन्ने तीन अङ्कका सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् ।
- 7, 9 र 0 बाट बन्ने तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या लेखी तिनीहरूको योगफल र अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. चार अङ्कले बनेको सबैभन्दा ठुलो र सबैभन्दा सानो सङ्ख्या लेखी तिनीहरूको योगफल र अन्तर पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. तीनओटा फरक फरक अङ्कहरूबाट बन्ने तीन अङ्कको सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या कुन हो, लेख्नुहोस् ।
6. तीनओटा फरक फरक अङ्कहरूबाट बन्ने तीन अङ्कको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या कुन हो, लेख्नुहोस् ।
7. (क) 0, 1, 4, 6 र 7 ले बन्ने पाँच अङ्कका सङ्ख्याहरूको सूची तयार पार्नुहोस् ।
(ख) 'क' बाट प्राप्त सङ्ख्याहरूलाई सानोबाट ठुलो र ठुलोबाट सानोको क्रममा मिलाएर लेख्नुहोस् ।
(ग) सबैभन्दा ठुलो र सबैभन्दा सानो सङ्ख्याको योगफल र फरक पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

हाम्रो दैनिक जीवनमा पूर्ण सङ्ख्याको प्रयोग कहाँ र कसरी भएको छ ? आफूभन्दा अग्रजसँग सोधेर वा इन्टरनेटबाट खोजेर लेख्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

2.2 सरलीकरण (Simplification)

क्रियाकलाप 1

कृष्णले आफूसँग भएका 20 ओटा सिसाकलम उसका 10 जना साथीहरूलाई बराबर सङ्ख्यामा बाँडेछन् । कृष्णको साथी रामलाई उनकी आमाले 4 ओटा सिसाकलम थपि दिनुभयो । अब उनले आफूसँग भएका जम्मा सिसाकलमबाट 5 ओटा सिसाकलम उनकी बहिनीलाई दिएको भने उनीसँग कतिओटा सिसाकलम बाँकी रहेछन् ।

कृष्णसँग भएका सिसाकलम = 20 ओटा

10 जनालाई बाँडेका, रामले पाउने सिसाकलम = $20 \div 10 = 2$

रामकी आमाले दिएको सिसाकलम = 4

अब, रामसँग भएको जम्मा सिसाकलम = $2 + 4 = 6$

रामले बहिनीलाई 5 ओटा सिसाकलम दिइएपश्चात्,

उनीसँग बाँकी रहने सिसाकलम = $6 - 5 = 1$



माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेखी यसरी समाधान गर्न सकिन्छ ।

$$\begin{aligned}20 \div 10 + 4 - 5 \\ &= 2 + 4 - 5 \\ &= 6 - 5 \\ &= 1\end{aligned}$$

उदाहरण 1

गोमासँग भएका 20 ओटा चुङ्गीका रबरब्यान्डमध्ये उनका साथी गीतालाई 18 ओटा रबरब्यान्ड दिइन् । गोमाकी आमाले गोमालाई 16 ओटा रबरब्यान्ड थपिदिनुभयो भने अब गोमासँग कतिओटा रबरब्यान्ड भए ?

समाधान

गणितीय वाक्यमा लेख्दा :

$$\begin{aligned}20 - 18 + 16 \\ &= 20 - 18 + 16 \\ &= 2 + 16 \\ &= 18\end{aligned}$$

उदाहरण 2

18 को तीन गुणाबाट 12 घटाएर 20 जोड्दा कति हुन्छ ?

समाधान

$$\begin{aligned}\text{गणितीय वाक्यमा लेख्दा,} \quad & 18 \times 3 - 12 + 20 \\ &= 54 - 12 + 20 \\ &= 42 + 20 \\ &= 62\end{aligned}$$

2.2.1 कोष्ठहरू सहितको सरलीकरण (Simplification with brackets)

क्रियाकलाप 2

तल दिइएका गणितीय समस्यालाई अध्ययन गर्नुहोस् र सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

साजनसँग भएका 12 ओटा चकलेटहरूमध्ये आफूलाई 4 ओटा राखेर बाँकी चकलेट 2 जना साथीहरूलाई बराबर बाँडेछन् भने एक जना साथीले कति कतिओटा चकलेट पाएछन् ?

(क) यो समस्या समाधान गर्न कुन कुन गणितीय क्रियाहरू गर्नुपर्छ ?

(ख) यसलाई गणितीय वाक्यमा कसरी लेख्न सकिन्छ ?

(ग) यो समस्यालाई कसरी सरल गर्न सकिन्छ ?

साजनसँग भएका चकलेट सङ्ख्या = 12 ओटा

आफूलाई राखेका चकलेट सङ्ख्या = 4 ओटा

साजनले साथीहरूलाई बाँड्ने चकलेट सङ्ख्या = $12 - 4 = 8$ ओटा

8 ओटा चकलेटलाई दुई बराबर भागमा बाँड्दा = $8 \div 2 = 4$ ओटा

माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$\begin{aligned} & (12 - 4) \div 2 \\ & = 8 \div 2 \\ & = 4 \end{aligned}$$

\therefore एक जना साथीले 4 ओटा चकलेट पाएछन् ।

उदाहरण 1

8/8 ओटा सुन्तलाका 10 ओटा भोला छन् । ती सबै सुन्तला 5 जनालाई बराबर बाँडी एक जनाले पाएका सुन्तलामा 2 ओटा सुन्तला थप्दा एक जनाले कतिओटा सुन्तला पाउँछ ?

समाधान

$$\begin{aligned} & \{(8 \times 10) \div 5\} + 2 \\ & = \{80 \div 5\} + 2 \\ & = 16 + 2 \\ & = 18 \end{aligned}$$

\therefore एक जनाले 18 ओटा सुन्तला पाउँछ ।

क्रियाकलाप 3

सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्दै दिइएको गणितीय समस्यालाई कसरी सरल गर्न सकिन्छ, निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् : $\{(45 - 3) \div 6\} + 8$

(क) के $\{(45 - 3) \div 6\} + 8$ लाई सरल गर्दा 45 बाट 3 नघटाई 6 ले भाग गर्न मिल्छ ?

(ख) कुन कोष्ठभित्रको काम पहिले गर्नुपर्ला ?

(ग) सरल गर्दा कोष्ठको क्रम के होला ?

यहाँ, 45 बाट 3 घटाएर मात्र 6 ले भाग लगाउनुपर्दछ र अन्त्यमा 8 जोड्नुपर्दछ । त्यसैले $(45 - 3)$ लाई सानो कोष्ठमा र $\{(45 - 3) \div 6\}$ लाई मझौला कोष्ठमा राखिएको छ ।

समाधान

$$\begin{aligned} & \{(45 - 3) \div 6\} + 8 \\ &= \{42 \div 6\} + 8 \\ &= 7 + 8 \\ &= 15 \end{aligned}$$

चार साधारण क्रियाहरू (+, -, ×, ÷) र कोष्ठहरूसहितको सरलीकरण गर्दा कोष्ठभित्र समावेश भएका क्रियालाई पहिला गरिसकेपछि बाँकी क्रियाहरू गर्दै जानुपर्छ । सरलीकरणमा प्रयोग भएका कोष्ठहरू क्रमसँग सानो कोष्ठ (), मझौला कोष्ठ { } र ठुलो कोष्ठ [] भित्र समावेश भएका क्रियाहरू गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 1

पवनसँग 1750 रुपियाँ थियो । प्रतिमासँग पवनको भन्दा 450 रुपियाँ कम रहेछ । प्रतिमाले उनीसँग भएको रुपियाँको चार भागको एक भाग भाइलाई दिइएछन् भने उनीले भाइलाई कति रुपियाँ दिएको रहिछिन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\begin{aligned} \text{पवनसँग भएको रकम} &= \text{रु. } 1750 \\ \text{प्रतिमासँग भएको रकम} &= \text{रु. } 1750 - \text{रु. } 450 \\ &= \text{रु. } 1300 \end{aligned}$$

अब, प्रतिमाले भाइलाई

$$\begin{aligned} \text{दिएको रकम} &= \text{रु. } 1300 \div 4 \\ &= \text{रु. } 325 \end{aligned}$$

माथिको समस्यालाई गणितीय भाषामा लेख्दा,

$$\begin{aligned} &= (1750 - 450) \div 4 \\ &= 1300 \div 4 \\ &= 325 \end{aligned}$$

प्रतिमाले भाइलाई दिएको रकम = रु. 325

नमुना चित्रण विधिबाट

$$\text{पवनसँग भएको रकम} = \text{रु. } 1750$$

x	x	x	x	450
-----	-----	-----	-----	-----

प्रतिमासँग भएको रकम

प्रतिमाका भाइसँग भएको रकम

$$4x + 450 = 1750$$

$$\text{or, } 4x = 1750 - 450$$

$$\text{or, } 4x = 1300$$

$$\text{or, } x = \frac{1300}{4} = 325$$

उदाहरण 2

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } [20 \times \{40 - 6 \times (7 - 2)\}] + 16$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= [20 \times \{40 - 6 \times 5\}] + 16 \\ &= [20 \times \{40 - 30\}] + 16 \\ &= [20 \times 10] + 16 \\ &= 200 + 16 \\ &= 216 \end{aligned}$$

() कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

{ } कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

[] कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

[] कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

उदाहरण 3

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } 128 \div [4 + \{12 \times (5 - 4)\}] + 6$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= 128 \div [4 + \{12 \times 1\}] + 6 \\ &= 128 \div [4 + 12] + 6 \\ &= 128 \div 16 + 6 \\ &= 8 + 6 \\ &= 14 \end{aligned}$$

() कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

{ } कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

[] कोष्ठभित्रको क्रिया गर्दा

भाग क्रिया गर्दा

जोड क्रिया गर्दा

अभ्यास 2.2

1. सरल गर्नुहोस् :

(क) $20 + 5 \times 3$

(ख) $400 - (50 \times 2)$

(ग) $80 + (20 \div 4)$

(घ) $25 - (8 \div 4)$

(ङ) $50 \times (4 \div 2)$

(च) $44 - \{4 + (5 - 2)\}$

(छ) $16 - 8 \{17 - (45 \div 3)\}$

(ज) $\{(5 + 4) \times 3 - 7\} \div 2$

(झ) $17 - [\{25 \div 5 + 3 \times 4 - (6 + 5)\}]$

(ञ) $33 \div \{3 + (7 - 1) + 2\}$

2. तल दिइएका व्यावहारिक समस्याहरूलाई गणितीय वाक्यमा लेख्नुहोस् र सरल गर्नुहोस् :

(क) सीमासँग भएरको 400 रुपियाँमध्ये उनले 185 रुपियाँको सडटा किताब किनेर ल्याइछन् । त्यसपछि उनका मामाले उनलाई 200 रुपियाँ दिनुभएछ भने अब उनीसँग कति रुपियाँ भएछ ?

(ख) रचनाले सडटाको 45 रुपियाँ पर्ने 5 ओटा कापी किन्नका लागि पसलेलाई रु 500 को नोट दिइन् भने उनले कति रुपियाँ फिर्ता पाउँछिन् ?

(ग) विदुसाले आफ्नो जन्मदिनको अवसरमा प्रति प्याकेटमा 25 ओटाका दरले 4 प्याकेट र खुला 20 ओटा चकलेट किनिछन् । उक्त चकलेटमध्ये 30 ओटा आफ्नो परिवारमा बाँडिछन् भने उनीसँग अब कतिओटा चकलेट बाँकी छन् होला ?

3. तलका कथनहरूलाई गणितीय वाक्यमा लेख्नुहोस् र सरल गर्नुहोस् :

(क) 182 र 8 को योगफललाई 75 र 65 को फरकले भाग गर्दा कति हुन्छ ?

(ख) 18 को 5 गुणाबाट 15 घटाई 5 ले भाग गर्दा कति हुन्छ ?

(ग) 25 र 9 को अन्तरलाई 8 ले भाग गरी 4 ले गुणा गर्दा कति हुन्छ ?

(घ) 7 र 4 को योगफलको 3 गुणाबाट 17 घटाउँदा आउने सङ्ख्यालाई 8 ले भाग गर्दा कति हुन्छ ?

उत्तर

- | | | | | |
|------------|---------|--------|--------|---------|
| 1. (क) 35 | (ख) 300 | (ग) 85 | (घ) 23 | (ङ) 100 |
| (च) 37 | (छ) 0 | (ज) 10 | (झ) 11 | (ञ) 3 |
| 2. (क) 415 | (ख) 275 | (ग) 90 | (घ) 0 | (ङ) 12 |
| 3. (क) 19 | (ख) 15 | (ग) 8 | (घ) 2 | |

2.3 भाज्यताको परीक्षण (Divisibility test)

के 365 लाई 3 ले निशेष भाग जान्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

365 लाई 3 ले भाग गर्दा भागफल 121 भई 2 शेष रहेको छ ।

$$\begin{array}{r} 121 \\ 3 \overline{) 365} \\ \underline{- 3} \\ 6 \\ \underline{- 6} \\ 5 \\ \underline{- 3} \\ 2 \end{array}$$

भागको प्रक्रिया नदेखाईकन कस्तो सङ्ख्यालाई कुन सङ्ख्याले निःशेष भाग लाग्छ भनी परीक्षण गर्नुलाई भाज्यताको परीक्षण भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

1. 2 को गुणन तालिका बनाउनुहोस् :

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$2 \times 5 = 10$$

...

2. 2 को गुणन तालिकाबाट आएका 2, 4, 6, 8, 10, ... कस्ता सङ्ख्याहरू हुन् ?

3. के 2, 4, 6, 8, 10, ... लाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ? छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

यहाँ, 2, 4, 6, 8, 10, ... सबै जोर सङ्ख्याहरू हुन् । 2, 4, 6, 8, 10, ... लाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।

सबै जोर सङ्ख्याहरूलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।

क्रियाकलाप 2

1. एउटा सङ्ख्या लिनुहोस्, जस्तै : 2343

2. उक्त सङ्ख्यालाई 3 ले भाग गर्नुहोस् ।

2343 लाई 3 ले निशेष भाग गयो ।

3. अब, ती सङ्ख्यामा भएका अङ्कहरूको योगफल निकाल्नुहोस् ।

अङ्कहरूको योगफल, $2 + 3 + 4 + 3 = 12$

4. के 12 लाई 3 ले भाग जान्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ सङ्ख्या 2343 का अङ्कहरूको योगफल 12 आएको छ । योगफल 12 लाई 3 ले भाग जान्छ । त्यसैले 2343 लाई पनि 3 ले भाग जान्छ ।

यदि कुनै पनि सङ्ख्यामा भएका अङ्कहरूको योगफललाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ भने उक्त सङ्ख्यालाई पनि 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 1

सङ्ख्या 12345 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ वा जाँदैन, परीक्षण गर्नुहोस् ।

समाधान

दिइएको सङ्ख्या = 12345

सङ्ख्यामा भएका अङ्कहरूको योगफल, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

15 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले, 12345 लाई पनि 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।

अब, 12345 लाई 3 ले भाग गरेर हेर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

1. 5 को गुणन तालिका बनाउनुहोस् :

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$5 \times 5 = 25$$

...

$$\begin{array}{r} 781 \\ 3 \overline{) 2343} \\ \underline{-21} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ 3 \\ \underline{-3} \\ 0 \end{array}$$

- 5 को गुणन तालिकाबाट आएका सङ्ख्याहरू 5, 10, 15, 20, 25, ... का एकको स्थानमा कस्ता अङ्कहरू छन् ?
- के 5, 10, 15, 20, 25, ... लाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ, छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् । 5, 10, 15, 20, 25, ... आदिमा सबै सङ्ख्याको एकको स्थानमा 0 वा 5 मध्ये कुनै एक अङ्कहरू छन् । 5, 10, 15, 20, 25, ... मा सबै सङ्ख्यालाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।

कुनै सङ्ख्याको एकको स्थानमा 0 वा 5 मध्ये एउटा अङ्क छ भने त्यस्तो सङ्ख्यालाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 2

सङ्ख्या 895 लाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ वा जाँदैन, परीक्षण गर्नुहोस् ।

समाधान

दिइएको सङ्ख्या = 895

सङ्ख्या 895 मा एकको स्थानमा 5 छ तसर्थ 895 लाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।

अब, 895 लाई 5 ले भाग गरेर हेरौं :

क्रियाकलाप 4

- एउटा सङ्ख्या लिनुहोस्, जस्तै : 651
- सो सङ्ख्याको एकको स्थानमा रहेको अङ्कको दुई गुणा लेख्नुहोस् ।
एकको स्थानमा 1 छ । यसको दुई गुणा $1 \times 2 = 2$ हुन्छ ।
- अब एकको स्थानमा रहेको अङ्क हटाएपछि बाँकी रहेको सङ्ख्याबाट सो एकको स्थानमा रहेको अङ्कको दुई गुणालाई घटाउनुहोस् ।
एकको स्थानमा रहेको अङ्क हटाएपछि बाँकी रहेको सङ्ख्या = 65
बाँकी सङ्ख्या र एकको स्थानमा रहेको अङ्कको दुई गुणाबिचको फरक = $65 - 2$
 $= 63$
- घटाएपछि आएको नतिजालाई 7 ले भाग जान्छ कि जाँदैन, छलफल गर्नुहोस् ।
63 लाई 7 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 651 लाई पनि निःशेष भाग जान्छ ।
अब 651 लाई 7 ले भाग गरी हेरौं :

$$\begin{array}{r}
 93 \\
 7 \overline{)651} \\
 \underline{-63} \downarrow \\
 21 \\
 \underline{-21} \\
 0
 \end{array}$$

कुनै सङ्ख्याको एकको स्थानको अङ्कको दुई गुणा र बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्याको फरकलाई 7 ले भाग जान्छ भने त्यो पुरै सङ्ख्यालाई 7 ले निःशेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 3

सङ्ख्या 252 लाई 7 ले निःशेष भाग जान्छ वा जाँदैन, परीक्षण गर्नुहोस् :

समाधान

252 को एकको स्थानमा 2 छ जसको दुई गुणा 4 लाई बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्या 25 बाट घटाउँदा, $25 - 4 = 21$ हुन्छ । 21 लाई 7 ले भाग जान्छ । त्यसैले 252 लाई पनि 7 ले निःशेष भाग जान्छ ।

अब, 252 लाई 7 ले भाग गरी हेर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 5

1. सउटा सङ्ख्या लिनुहोस्, जस्तै : 2431
2. सो सङ्ख्याबाट एकको स्थानमा रहेको अङ्कलाई हटाएर बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्या लेख्नुहोस्, जस्तै : 2431 बाट 1 लाई हटाउँदा 243 हुन्छ ।
3. अब बाँकी अङ्कको सङ्ख्याबाट सो एकको स्थानमा रहेको अङ्कलाई घटाउनुहोस् । $243 - 1 = 242$
4. अन्तिम नतिजा अर्थात् घटारू फल दुई अङ्कको सङ्ख्या नआउन्जेलसम्म यो प्रक्रिया दोहोर्याउनुहोस् ।
242 बाट 2 हटाउँदा 24 बन्छ । अब, 24 बाट 2 घटाउँदा, $24 - 2 = 22$ हुन्छ ।
5. घटारूको नतिजालाई 11 ले भाग जान्छ कि जाँदैन, छलफल गर्नुहोस् ।
यहाँ 22 लाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 2431 लाई पनि 11 ले निःशेष भाग जान्छ ।

अब, 2431 लाई 11 ले भाग गरी हेरौं :

$$\begin{array}{r}
 221 \\
 11 \overline{)2431} \\
 \underline{-22} \downarrow \\
 23 \\
 \underline{-22} \\
 11 \\
 \underline{-11} \\
 0
 \end{array}$$

कुनै सङ्ख्याको एकको स्थानमा रहेको अङ्कले बनेको सङ्ख्यालाई बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्याबाट घटाउँदा आउने घटाउफललाई 11 ले भाग जान्छ भने त्यो सङ्ख्यालाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 4

सङ्ख्या 407 लाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ वा जाँदैन, परीक्षण गर्नुहोस् :

समाधान

सङ्ख्या 407 मा एकको स्थानमा रहेको 7 लाई बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्या 40 बाट घटाउँदा, $40 - 7 = 33$

यहाँ 33 लाई 11 ले भाग जान्छ । त्यसैले 407 लाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ ।

अब, 407 लाई 11 ले भाग गरी हेर्नुहोस् ।

अभ्यास 2.3

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - सबै जोर सङ्ख्याहरूलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।
 - सबै बिजोर सङ्ख्याहरूलाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।
 - कुनै पनि सङ्ख्याको अङ्कहरूको योगफललाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ भने उक्त सङ्ख्यालाई पनि 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।
 - 8590 लाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।
 - कुनै सङ्ख्याको एकको स्थानमा रहेको अङ्कले बनेको सङ्ख्यालाई बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्याबाट घटाउँदा आउने घटाउफललाई 7 ले भाग जान्छ भने पुरै सङ्ख्यालाई 7 ले निःशेष भाग जान्छ ।
- भाज्यताको परीक्षण गरी दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ, लेख्नुहोस् ।

(क) 1644	(ख) 113	(ग) 843	(घ) 1056
----------	---------	---------	----------
- भाज्यताको परीक्षण गरी तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ, लेख्नुहोस् ।

(क) 111	(ख) 7542	(ग) 9437	(घ) 1464
---------	----------	----------	----------
- भाज्यताको परीक्षण गरी तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ?

(क) 1434	(ख) 1250	(ग) 1965	(घ) 2100
----------	----------	----------	----------
- भाज्यताको परीक्षण गरी तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 7 ले भाग जान्छ ?

(क) 1890	(ख) 4095	(ग) 2160	(घ) 2430
----------	----------	----------	----------
- भाज्यताको परीक्षण गरी तल दिइएका कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ ?

(क) 9240	(ख) 16800	(ग) 18480	(घ) 13680
----------	-----------	-----------	-----------

उत्तर

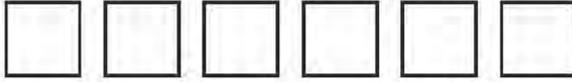
1. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. (क) 1644 (घ) 1056
3. (क) 111 (ख) 7542 (घ) 1464
4. (ख) 1250 (ग) 1965 (घ) 2100
5. (क) 1890 (ख) 4095 6. (क) 9240 (ग) 18480

2.4 गुणनखण्डहरू र अपवर्त्यहरू (Factors and multiples)

2.4.1 गुणनखण्डहरू (Factors)

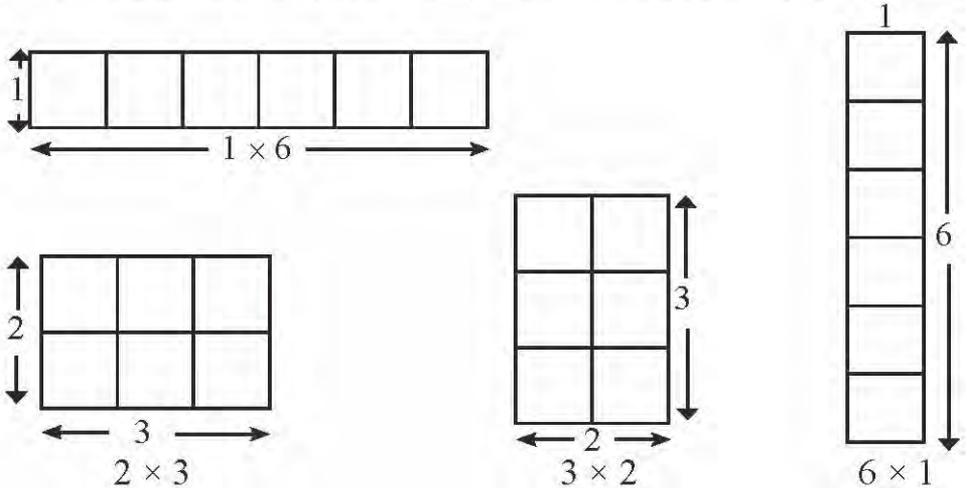
क्रियाकलाप 1

(क) 1 cm × 1 cm का 6 ओटा वर्गाकार कागज लिनुहोस् :



(ख) यी 6 ओटा कागजका टुक्राहरूलाई मिलाएर कति तरिकाले आयत बनाउन सक्नुहुन्छ ? प्रयास गर्नुहोस् ।

(ग) अब तपाईंले कति तरिकाबाट आयत बनाउनुभयो, प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



यहाँ 6 ओटा वर्गाकार टुक्राहरूलाई मिलाएर 1×6 , 2×3 , 3×2 र 6×1 चार तरिकाबाट आयत बनाइएको छ । यहाँ 6 लाई 1, 2, 3 र 6 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 1, 2, 3 र 6 लाई 6 का गुणनखण्डहरू भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) गुणन तालिकाको प्रयोग गरी गुणनफल 12 आउने सङ्ख्या टिपोट गर्नुहोस् :

$1 \times 12 = 12$	$4 \times 3 = 12$
$2 \times 6 = 12$	$6 \times 2 = 12$
$3 \times 4 = 12$	$12 \times 1 = 12$

(ख) अब कुन कुन सङ्ख्यालाई गुणन गर्दा गुणनफल 12 आयो ? कुन कुन सङ्ख्याले 12 लाई निःशेष भाग गर्यो ? कक्षाकोठामा प्रस्तुत् गर्नुहोस् ।

1 र 12, 2 र 6, 3 र 4, 4 र 3, 6 र 2, 12 र 1 लाई गुणन गर्दा गुणनफल 12 आएको छ । 12 लाई 1, 2, 3, 4, 6 र 12 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 12 का गुणनखण्डहरू 1, 2, 3, 4, 6 र 12 हुन् । 12 का गुणनखण्डहरूको समूहलाई F_{12} ले जनाइन्छ ।

$\therefore F_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ लेख्न सकिन्छ ।

कुनै पनि सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरूलाई उक्त सङ्ख्याको गुणनखण्ड भनिन्छ । कुनै पनि सङ्ख्याको गुणनखण्ड कम्तीमा 1 र सोही सङ्ख्या हुन्छ ।

उदाहरण 1

सङ्ख्या 18 का गुणनखण्डहरू लेख्नुहोस् :

समाधान

यहाँ दुईओटा सङ्ख्याहरू गुणन गर्दा 18 आउने अवस्थाहरू लिँदा,

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$9 \times 2 = 18$$

$$18 \times 1 = 18$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ 3 & 3 \\ & 1 \end{array}$$

\therefore 1, 2, 3, 6, 9 र 18 ले 18 लाई निःशेष भाग जाने हुँदा 18 का गुणनखण्डहरू 1, 2, 3, 6, 9 र 18 हुन् ।

2.4.2 अपवर्त्यहरू (Multiples)

क्रियाकलाप 1

(क) 5 को गुणन तालिका बनाउनुहोस् :

$$5 \times 1 = 5$$

$$5 \times 2 = 10$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$5 \times 6 = 30$$

$$5 \times 7 = 35$$

...

(ख) के $\{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$ सबैलाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ?

(ग) $\{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$ लाई 5 को के भनिन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

$\{5, 10, 15, 20, 25, 30, \dots\}$ 5 को अपवर्त्यहरूको (Multiples) समूह हो । यसलाई M_5 ले जनाइन्छ । यस्तै, $5 \times 6 = 30$ मा 5 र 6 लाई 30 को गुणनखण्ड भनिन्छ भने 30 लाई 5 र 6 को अपवर्त्य भनिन्छ ।

अनि 4 का अपवर्त्यहरू के के हुन्छन् त ?

4 का अपवर्त्यहरू 4, 8, 12, 16, ... हुन् । यसलाई $M_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$ ले जनाइन्छ ।



कुनै पनि सङ्ख्यालाई प्राकृतिक सङ्ख्याहरूले क्रमशः गुणन गर्दा आउने गुणनफललाई नै सो सङ्ख्याको अपवर्त्य भनिन्छ । जस्तै : 5 का अपवर्त्यहरूको समूह $\{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$ हो ।

उदाहरण 2

8 का पहिला दशओटा अपवर्त्यहरूको समूह लेख्नुहोस् :

समाधान

8 का पहिला दशओटा अपवर्त्यहरूको समूह

$$M_8 = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80\}$$

$8 \times 1 = 8$	$8 \times 6 = 48$
$8 \times 2 = 16$	$8 \times 7 = 56$
$8 \times 3 = 24$	$8 \times 8 = 64$
$8 \times 4 = 32$	$8 \times 9 = 72$
$8 \times 5 = 40$	$8 \times 10 = 80$

अभ्यास 2.4

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (\checkmark) र बेठिक भए (\times) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - जुनसुकै सङ्ख्याको एउटा गुणनखण्ड 1 हुन्छ ।
 - $8 \times 7 = 56$ मा 8 र 7 दुवै 56 का अपवर्त्यहरू हुन् ।
 - $9 \times 8 = 72$ मा 72 लाई 8 र 9 का अपवर्त्य मानिन्छ ।
 - कुनै पनि सङ्ख्यालाई प्राकृतिक सङ्ख्याहरूले क्रमशः गुणन गर्दा आउने गुणनफल नै सो सङ्ख्याको अपवर्त्य हो ।
 - $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ ले 24 को गुणनखण्डहरूको समूहलाई जनाउँछ ।
- तल दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणनखण्डलाई समूह सङ्केतमा लेख्नुहोस् :
 - 12
 - 13
 - 18
 - 32
 - 9
- तल दिइएका प्रत्येक सङ्ख्याहरूको पहिला दशओटा अपवर्त्यहरूलाई समूह सङ्केतमा लेख्नुहोस् :
 - 5
 - 6
 - 9
 - 7
 - 11
- तल दिइएका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :
 - 20 भन्दा सानो 4 का अपवर्त्यहरूको समूह लेख्नुहोस् ।
 - 20 भन्दा सानो 2 का अपवर्त्यहरूको समूह लेख्नुहोस् ।
 - के 4 का अपवर्त्यहरू सबै 2 का पनि अपवर्त्यहरू हुन् ?

5. सूची बनाएर समूहमा लेख्नुहोस् :
- (क) 12 का गुणनखण्डहरूको समूह F_{12}
- (ख) 18 का गुणनखण्डहरूको समूह F_{18}
- (ग) F_{12} र F_{18} का साझा सदस्यहरू लेख्नुहोस् ।
6. एउटा विद्यालयमा प्रत्येक 45 मिनेटको अन्तरमा घन्टी बजाइन्छ भने 3 घण्टामा कति पटक घन्टी बजाउनुपर्ला ?

परियोजना कार्य

8 ओटा वर्गाकार कागजका टुक्राहरूलाई मिलाएर आयत बनाउनुहोस् । त्यसका आधारमा 8 का गुणनखण्ड पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

2.5 रूढ खण्डीकरण (Prime factorization)

2.5.1 रूढ र संयुक्त सङ्ख्याहरू (Prime and composite numbers)

क्रियाकलाप 1

तालिकामा 1 देखि 10 सम्मका सङ्ख्याहरूका गुणनखण्डहरू देखाइएका छन् । सो तालिकाको अवलोकन गरी दिइएका प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :

सङ्ख्या	गुणनखण्डहरू	गुणनखण्डको सङ्ख्या
1	1	1
2	1, 2	2
3	1, 3	2
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2
8	1, 2, 4, 8	4
9	1, 3, 9	3
10	1, 2, 5, 10	4

(क) सउटा मात्र गुणनखण्ड भएको सङ्ख्या कुन छ ?

(ख) कुन कुन सङ्ख्याहरूका दुईओटा मात्र गुणनखण्डहरू छन् ?

(ग) दुईओटा भन्दा बढी गुणनखण्ड भएका सङ्ख्याहरू कुन कुन छन् ?

माथिको तालिकामा सङ्ख्या 1 को सउटा मात्र गुणनखण्ड छ । सङ्ख्याहरू 2, 3, 5 र 7 का दुईओटा मात्र गुणनखण्डहरू छन् । दुईओटा भन्दा बढी गुणनखण्डहरू भएका सङ्ख्याहरू 4, 6, 8, 9 र 10 छन् ।

- सङ्ख्याहरू जसको गुणनखण्ड 1 र त्यो सङ्ख्या आफै गरी दुईओटा मात्र हुन्छन्, ती सङ्ख्याहरूलाई रूढ सङ्ख्या भनिन्छ, जस्तै : 2, 3, 5, 7, ...
- दुईओटा भन्दा बढी गुणनखण्डहरू भएका सङ्ख्याहरूलाई संयुक्त सङ्ख्या भनिन्छ, जस्तै : 4, 6, 8, 9, 10, ...

2.5.2 रूढ खण्डीकरण (Prime factorization)

क्रियाकलाप 1

चरण I: कुनै सउटा संयुक्त सङ्ख्या लिनुहोस्, जस्तै : सङ्ख्या 24 लिइएको छ ।

चरण II: सो सङ्ख्यालाई गुणनखण्डहरूको गुणनफलका रूपमा कति तरिकाले व्यक्त गर्न सकिन्छ, लेख्नुहोस् ।

$1 \times 24 = 24$	$6 \times 4 = 24$
$2 \times 12 = 24$	$8 \times 3 = 24$
$3 \times 8 = 24$	$12 \times 2 = 24$
$4 \times 6 = 24$	$24 \times 1 = 24$

यहाँ 24 लाई 8 तरिकाबाट गुणनफलका रूपमा लेखिएको छ ।

चरण III: के सबै अवस्थामा 24 को गुणनखण्डहरू रूढ सङ्ख्या छन् ? सबै अवस्थामा 24 को गुणनखण्डहरू रूढ सङ्ख्या छैनन् ।

चरण IV: छैनन् भने 24 का गुणनखण्डहरूलाई रूढ सङ्ख्या हुने गरी खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

$1 \times 24 = 24$	→	1×24	→	$2 \times 2 \times 2 \times 3$
$2 \times 12 = 24$	→	$2 \times 2 \times 6$	→	$2 \times 2 \times 2 \times 3$
$3 \times 8 = 24$	→	$3 \times 2 \times 4$	→	$3 \times 2 \times 2 \times 2$
$4 \times 6 = 24$	→	$2 \times 2 \times 2 \times 3$	→	$2 \times 2 \times 2 \times 3$
$6 \times 4 = 24$	→	$2 \times 3 \times 2 \times 2$	→	$2 \times 3 \times 2 \times 2$
$8 \times 3 = 24$	→	$2 \times 4 \times 3$	→	$2 \times 2 \times 2 \times 3$
$12 \times 2 = 24$	→	$2 \times 6 \times 2$	→	$2 \times 2 \times 3 \times 2$
$24 \times 1 = 24$	→	24×1	→	$2 \times 2 \times 2 \times 3$

यहाँ तैस्रो तालिकामा 24 का गुणनखण्डहरू रूढ सङ्ख्या मात्र छन् । त्यसैले 24 को रूढ गुणनखण्ड $2 \times 2 \times 2 \times 3$ हुन्छ ।

कुनै पनि संयुक्त सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याहरूको मात्र गुणनफलका रूपमा व्यक्त गर्नुलाई उक्त सङ्ख्याको रूढ खण्डीकरण गर्नु भनिन्छ, जस्तै : $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

रूढ खण्डीकरण गर्ने विधिहरू

तरिका 1: भाग विधि (By division method)

उदाहरण 1: 486 लाई लगातार भाग गर्ने विधिबाट रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् :

समाधान

<p>दिइएको सङ्ख्या = 486</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 486} \\ 3 \overline{) 243} \\ 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$	<p>चरण I : सङ्ख्या 486 जोर सङ्ख्या हो । त्यसैले यसलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ । अर्थात् $2 \times 243 = 486$ हुन्छ ।</p> $\begin{array}{r} 243 \\ 2 \overline{) 486} \\ - 4 \downarrow \\ \hline 8 \\ - 8 \\ \hline 6 \\ - 6 \\ \hline 0 \end{array}$
--	--

<p>त्यसैले, $486 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$</p>	<p>चरण II: सङ्ख्या 243 मा $2 + 4 + 3 = 9$ हुन्छ । 9 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 243 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।</p> $\begin{array}{r} 81 \\ 3 \overline{) 243} \\ \underline{-24} \\ 3 \\ \underline{-3} \\ 0 \end{array}$ <p>अर्थात् $3 \times 81 = 243$ हुन्छ ।</p> <p>चरण III: सङ्ख्या 81 मा $8 + 1 = 9$ हुन्छ । 9 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 81 लाई पनि 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।</p> $\begin{array}{r} 27 \\ 3 \overline{) 81} \\ \underline{-6} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array}$ <p>अर्थात् $3 \times 27 = 81$ हुन्छ ।</p> <p>चरण IV: 27 लाई 3 ले भाग गर्दा भागफल 9 हुन्छ । चरण V: 9 लाई 3 ले भाग गर्दा भागफल 3 हुन्छ । चरण VI: अन्तमा भागफल 3 रुढ सङ्ख्या हो । त्यसैले अब भाग गर्न बन्द गर्नुपर्दछ । त्यसैले 486 को गुणनखण्ड $= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ हुन्छ ।</p>
--	---

उदाहरण 2

समाधान

630 लाई लगातार भाग गर्ने विधिबाट रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् :

<p>दिइएको सङ्ख्या = 630</p> $\begin{array}{r} 2 \overline{) 630} \\ 3 \overline{) 315} \\ 3 \overline{) 105} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array}$	<p>चरण I: सङ्ख्या 630 जोर सङ्ख्या भएकाले 2 ले निःशेष भाग जान्छ । एकको स्थानमा शून्य भएकाले 5 ले पनि निःशेष भाग जान्छ । 2 वा 5 जुन सङ्ख्याले भाग गरे पनि हुन्छ ।</p> <p>चरण II: सङ्ख्या 315 बिजोर भएकाले 2 ले भाग जादैन । अब, 3 ले निःशेष भाग जान्छ वा जादैन यो सङ्ख्याको अङ्कहरूको योगफल निकालेर हेरौं ।</p>
---	--

<p>त्यसैले, $630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$</p>	<p>$3 + 1 + 5 = 9$, 9 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ, त्यसैले 315 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।</p> <p>चरण III: 105 मा $1 + 0 + 5 = 6$ हुन्छ । 6 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।</p> <p>त्यसैले 105 लाई 3 ले निःशेष भाग जान्छ ।</p> <p>चरण IV: 35 लाई 5 ले भाग गर्दा भागफल 7 हुन्छ ।</p> <p>चरण V: 7 रूढ सङ्ख्या भएकाले भाग गर्न बन्द गर्नुपर्दछ ।</p> <p>त्यसैले 630 लाई रूढ खण्डीकरण गर्दा $630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$ हुन्छ ।</p>
---	---

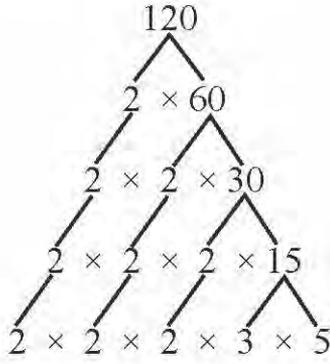
तरिका 2: गुणनखण्डको वृक्षचित्र विधि (Tree method of factors)

उदाहरण 3

120 लाई गुणनखण्डको वृक्षचित्र बनाएर देखाउनुहोस् ।

समाधान

दिइएको सङ्ख्या = 120



$$\begin{aligned}
 120 &= 2 \times 60 \\
 &= 2 \times 2 \times 30 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 15 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5
 \end{aligned}$$

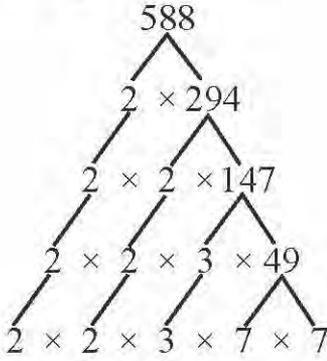
∴ $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ हुन्छ ।

उदाहरण 4

सङ्ख्या 588 लाई गुणनखण्डको वृक्षचित्र बनाएर देखाउनुहोस् :

समाधान

दिइएको सङ्ख्या = 588



294 संयुक्त सङ्ख्या हो ।

147 संयुक्त सङ्ख्या हो ।

49 संयुक्त सङ्ख्या हो ।

7 रूढ सङ्ख्या हो ।

(त्यसैले यही रोकौं ।)

$$\therefore 588 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 7 \text{ हुन्छ ।}$$

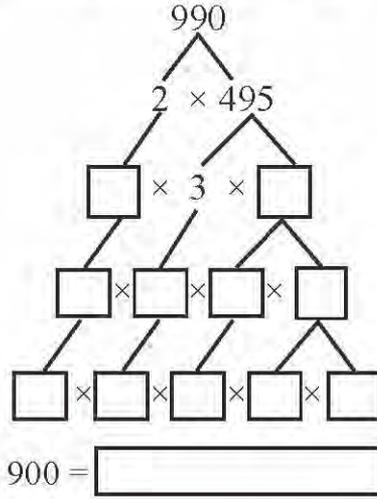
अभ्यास 2.5

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (\checkmark) र बेठिक भए (\times) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - सबैभन्दा सानो रूढ सङ्ख्या 1 हो ।
 - सबै रूढ सङ्ख्याहरू बिजोर हुन्छन् ।
 - जोर सङ्ख्याहरू मध्येबाट 2 मात्र रूढ सङ्ख्या हो ।
 - कुनै पनि सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याहरू मात्रको गुणनफलको रूपमा लेख्नु नै उक्त सङ्ख्याको रूढ खण्डीकरण गर्नु हो ।
 - $2 \times 2 \times 5$ ले 20 को रूढ खण्डीकरणलाई जनाउँछ ।
- खाली ठाउँ भर्नुहोस् :
 - तलका उदाहरणमा जस्तै गरी 144 को रूढ खण्डीकरण गरेर गुणनखण्डहरूलाई सानोदेखि ठुलो सङ्ख्याको क्रममा मिलाएर गुणनको रूपमा लेख्नुहोस् ।

उदाहरण: जस्तै, $120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$$144 = \boxed{}$$

(ख) दिइएको वृक्षचित्रलाई पूरा गर्नुहोस् :



3. तलका प्रत्येक सङ्ख्याको लगातार भाग विधिबाट रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् :
 (क) 275 (ख) 729 (ग) 625 (घ) 288 (ङ) 720
4. तलका प्रत्येक सङ्ख्याहरूको वृक्षचित्र विधिबाट रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् :
 (क) 180 (ख) 800 (ग) 540 (घ) 825 (ङ) 108
5. 450 र 240 का रूढ गुणनखण्डहरू पत्ता लगाई दुवैका साझा गुणनखण्डहरू पनि लेख्नुहोस् ।

उत्तर

1. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
3. (क) $5 \times 5 \times 11$ (ख) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ (ग) $5 \times 5 \times 5 \times 5$
 (घ) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ (ङ) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
4. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
5. साझा गुणनखण्डहरू 5 र 3 हुन् ।

2.6 वर्गसङ्ख्या र वर्गमूल (Square number and square root)

क्रियाकलाप 1

तलको गुणन तालिकाको अध्ययन गरी सोधिसका प्रश्नका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

(क) के माथि तालिकामा रङ्गाइसका सङ्ख्याहरू दुईओटा उस्ता उस्तै सङ्ख्याहरूका गुणनफल हुन् ?

(ख) छोटो तरिकाबाट प्रत्येक रङ्गाइसका सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउने तरिका के होला ? माथिको तालिकामा रङ्गाइसका सङ्ख्याहरूलाई दुईओटा उस्ता उस्तै सङ्ख्याहरूका गुणनफलबाट निकाल्न सकिन्छ, जस्तै :

$$1 \times 1 = 1$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

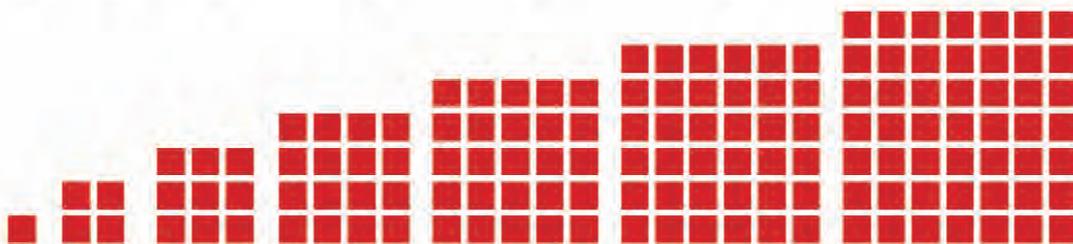
माथि तालिकामा रङ्गाइसका बाँकी सबै सङ्ख्याहरूलाई यसरी नै व्यक्त गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

चरण I: सडटा कागज लिनुहोस् । सो कागजमा 1 देखि 50 सम्मका सङ्ख्याहरू बराबरका थोप्लालाई प्रत्येक पङ्क्ति र लहरमा बराबर सङ्ख्यामा पर्ने गरी वर्गाकार रूपमा मिलाउनुहोस् ।

चरण II: कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई वर्गाकार स्वरूपमा मिलाउन सक्नुभयो, लेख्नुहोस् ।

1 4 9 16 25 36 49



वर्गाकार स्वरूपमा मिलाउन सकिएका सङ्ख्याहरूलाई वर्ग सङ्ख्या भनिन्छ । माथि दिएको चित्रमा जम्मा वर्गहरूले वर्ग सङ्ख्या र सउटा पङ्क्ति वा सउटा लहरमा रहेका वर्गले वर्गमूललाई जनाउँछ, जस्तै : 49 को वर्गमूल 7 हो र 7 को वर्गसङ्ख्या 49 हो । (यसका लागि वर्ग बनाउनुको सट्टा मकैका दानाहरू, भटमासका दानाहरू वा लप्सीका दानाहरू आदिको पनि प्रयोग गर्न सक्नुहुने छ ।)

क्रियाकलाप 3

तल दिइएका सङ्ख्या तालिका भर्नुहोस् र छलफल गरी निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

सङ्ख्या	उक्त सङ्ख्यालाई आफैले गुणन गर्दा आउने गुणनफल	उक्त सङ्ख्याको वर्ग सङ्ख्या	दुई ओटा उस्ता उस्तै गुणनखण्डमध्ये सउटा गुणनखण्ड लिँदा	निष्कर्ष
1	$1 \times 1 = 1^2 = 1$	1	1	1 को वर्गमूल = 1
2	$2 \times 2 = 2^2 = 4$	4	2	4 को वर्गमूल = 2
3	$3 \times 3 = 3^2 = 9$	9	3	9 को वर्गमूल = 3
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

कुनै पनि सङ्ख्यालाई त्यो सङ्ख्या आफैले गुणन गर्दा आउने गुणनफल नै त्यो सङ्ख्याको वर्ग सङ्ख्या हो ।

यदि कुनै सङ्ख्यालाई दुईओटा उस्ता उस्तै गुणनखण्डको गुणनफलको रूपमा व्यक्त गर्न सकिन्छ भने यस्ता गुणनखण्डलाई उक्त सङ्ख्याको वर्गमूल भनिन्छ ।

उदाहरण 1

क्रियाकलाप 1

लक्ष्मीले आफ्नो करेसाबारीमा लहर र पङ्क्तिमा बराबर हुने गरी बन्दाकोपीका बिरुवा रोप्न चाहन्छिन् । उनले एक लहरमा 6 ओटा हुने गरी बिरुवा रोप्न जम्मा कति ओटा बन्दाकोपीका बिरुवा आवश्यक पर्ला ?

यहाँ,

एक लहरमा बन्दाकोपीका बिरुवा सङ्ख्या = 6

एक पङ्क्तिमा बन्दाकोपीका बिरुवा सङ्ख्या = 6

जम्मा बन्दाकोपीका बिरुवा सङ्ख्या = $6 \times 6 = 36$



उदाहरण 2

81 जना विद्यार्थीहरूलाई शारीरिक व्यायम खेलाउनका लागि प्रत्येक पङ्क्ति र लहरमा बराबर पर्ने गरी वर्गाकार रूपमा मिलाउँदा प्रत्येक लहरमा कति जना विद्यार्थी पर्दछन् ?

समाधान

जम्मा विद्यार्थीक सङ्ख्या = 81

$81 = 9 \times 9$ हुन्छ ।

तसर्थ, प्रत्येक लहरमा 9/9 जना विद्यार्थी राख्नुपर्दछ ।

अभ्यास 2.6

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - प्रत्येक पङ्क्ति र लहरमा बराबर सङ्ख्या पर्ने गरी मिलाइएको स्वरूपलाई वर्गाकार स्वरूप भनिन्छ ।
 - बिजोर सङ्ख्यालाई वर्ग गर्दा आउने परिणाम सधैं बिजोर नै हुन्छ ।

- (ग) दुईओटा उस्ता उस्तै गुणनखण्डहरूमध्ये सउटा गुणनखण्डलाई वर्ग सङ्ख्या भनिन्छ ।
- (घ) 82 सउटा वर्गसङ्ख्या हो ।
- (ङ) 36 को वर्गमूल 6 हो ।
2. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको वर्ग सङ्ख्या निकाल्नुहोस् :
- (क) 1 (ख) 6 (ग) 4 (घ) 10
3. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको वर्गमूल निकाल्नुहोस् :
- (क) 4 (ख) 49 (ग) 36 (घ) 64
4. तल दिइएका सङ्ख्याहरूबाट वर्गसङ्ख्या छुट्याउनुहोस् :
- (क) 21 (ख) 25 (ग) 63 (घ) 36 (ङ) 4 (च) 49 (छ) 99 (ज) 1
5. कुन सङ्ख्यालाई सोही सङ्ख्याले गुणन गर्दा गुणनफल 81 हुन्छ ?
6. 100 जना सिपाहीहरूलाई परेड खेलाउनका लागि प्रत्येक पङ्क्ति र लहरमा बराबर पर्ने गरी वर्गाकार रूपमा मिलाउँदा प्रत्येक पङ्क्तिमा कति जना सिपाही पर्दछन् ?
7. एक लाइनमा 9 जना विद्यार्थी राखेर वर्गाकार रूपमा मिलाउँदा 3 जना विद्यार्थी बढी हुन आउँछन् भने जम्मा कति विद्यार्थी रहेछन् ?
8. एक लाइनमा 8 जना विद्यार्थी राखेर वर्गाकार रूपमा मिलाउनका लागि 5 जना विद्यार्थी नपुग हुन आउँछन् भने पहिले जम्मा कति विद्यार्थी रहेछन् ?

परियोजना कार्य

1 देखि 100 सम्मका सङ्ख्याहरूमा कुन कुन सङ्ख्याहरूलाई वर्गाकार स्वरूपमा मिलाउन सकिन्छ ? उक्त सङ्ख्याहरूलाई चार्टपेपरमा वर्गाकार स्वरूपमा देखाएर कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1 देखि 4 सम्म शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

5. 9 6. 10 7. 84 8. 59

2.7 महत्तम समापवर्तक (म.स.) (Highest common factor)

क्रियाकलाप 1

तल तालिकामा 1 देखि 6 सम्मका सङ्ख्याहरू दिइएका छन् । तिनीहरूका गुणनखण्ड तालिकामा भर्नुहोस् । अब सो तालिकाका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

सङ्ख्या	गुणनखण्डहरू
1	
2	
3	
4	
5	
6	

(क) 2 र 4 का साभा गुणनखण्डहरू के के हुन् ?

(ख) 2 र 4 का साभा गुणनखण्डहरूमध्ये ठुलो गुणनखण्ड कुन हो ?

दुवै सङ्ख्याहरूमा भएका गुणनखण्डहरूलाई तिनीहरूको साभा गुणनखण्ड भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

चरण I: 4 एकाइ र 10 एकाइ लम्बाइका कागजका स्ट्रिपहरू वा डन्डीहरू लिनुहोस् ।

चरण II: अब 1 एकाइ, 2 एकाइ, 3 एकाइ र 4 एकाइ लम्बाइका कागजका स्ट्रिपहरू वा डन्डीहरूले पालैपालो दुवै डन्डीलाई नाप्नुहोस् ।

चरण III: कुन कुन एकाइका कागजका स्ट्रिपहरू वा डन्डीले दुवैलाई ठिक्क नाप्न सकियो लेख्नुहोस् । (1 एकाइ र 2 एकाइले दुवैलाई नाप्न सकिन्छ ।)

चरण IV: दुवैलाई ठिक्क नाप्न सकिएका कागजका स्ट्रिपहरू वा डन्डीका नापमध्ये ठुलो नाप म.स. हो । त्यसैले 4 र 10 को म.स. 2 हो ।

महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउने विधिहरू

तरिका 1: गुणनखण्डहरूको समूह बनाएर (By making set of factors)

चरण I: कुनै दुईओटा सङ्ख्याहरू लिनुहोस्, जस्तै : 27 र 36 लिइएको छ ।

चरण II: 1 देखि 100 सम्म लेखिएको सङ्ख्या चार्ट लिनुहोस् ।

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

चरण III: सो सङ्ख्या चार्टमा 27 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरू अर्थात् 27 का गुणनखण्डहरू F_{27} लाई रातो रङको साइनपेनले गोलो घेरा (○) लगाउनुहोस् ।

चरण IV: सोही सङ्ख्या चार्टमा 36 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्याहरू अर्थात् 36 का गुणनखण्डहरू F_{36} लाई हरियो रङको साइनपेनले चिह्न (×) लगाउनुहोस् ।

चरण V: अब गोलो घेरा (○) र काटिको चिह्न (×) दुवै लागेका सङ्ख्याहरू कुन कुन छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

चरण VI: दुवै चिह्न लागेका सङ्ख्याहरूमध्ये ठुलो सङ्ख्या लेख्नुहोस् । सोही सङ्ख्या नै म.स. हो ।

उदाहरण 1

सङ्ख्याहरू 27 र 36 लाई गुणनखण्डको समूह बनाएर म. स. निकाल्नुहोस् ।

समाधान

27 का गुणनखण्डहरूको समूह = {1, 3, 9, 27}

36 का गुणनखण्डहरूको समूह = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}

साझा गुणनखण्डहरू = {1, 3, 9}

सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्ड = 9

त्यसैले, 27 र 36 को म. स. 9 हुन्छ ।

दिइएका सङ्ख्याका साझा गुणनखण्डहरूमध्ये सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्डलाई ती सङ्ख्याका महत्तम समापवर्तक (Highest common factor) भनिन्छ । अर्थात् दिइएका सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या ती सङ्ख्याका महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) हो । यसलाई छोटकरीमा म.स. लेखिन्छ ।

तरिका 2 : रूढ खण्डीकरण विधिबाट (Prime factorization method)

यस विधिमा दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण गरी साझा रूढ गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाली म.स. पत्ता लगाइन्छ ।

उदाहरण 2

24 र 60 को रूढ खण्डीकरण विधिबाट म. स. निकाल्नुहोस् ।

समाधान

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{साझा गुणनखण्ड} = 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{तसर्थ, म.स.} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ हुन्छ ।}$$

- (क) दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् ।
 (ख) तिनीहरूका रूढ गुणनखण्डहरू मध्ये साझा रूढ गुणनखण्डहरू लिनुहोस् ।
 (ग) साझा रूढ गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाल्नुहोस् । सोही गुणनफल नै म.स. हो ।

उदाहरण 3

12, 15 र 18 को रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स. निकाल्नुहोस् ।

समाधान

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{साझा गुणनखण्ड} = 3$$

$$\text{तसर्थ, म.स.} = 3 \text{ हुन्छ ।}$$

साझा गुणनखण्ड लिँदा तीनओटैमा भएको गुणनखण्ड लिनुपर्दछ ।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

अभ्यास 2.7

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - रूढ सङ्ख्याको सउटा मात्र गुणनखण्ड हुन्छ ।
 - सङ्ख्याहरू 25 र 45 का सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्ड 5 हो ।
 - दिइएका सङ्ख्याहरूलाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या म.स. हो ।
 - सङ्ख्याहरू 55 र 33 लाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 11 नै यसको म.स. हो ।
- तल दिइएका सङ्ख्याहरूका गुणनखण्डहरूको समूह बनाएर म. स. निकाल्नुहोस् :
 - 18 र 24 (ख) 14 र 21 (ग) 16 र 24 (घ) 48 र 72 (ङ) 36 र 48
- तल दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स. निकाल्नुहोस् :
 - 42 र 56 (ख) 60 र 75 (ग) 54 र 90 (घ) 45 र 60 (ङ) 18 र 27
 - 12, 15 र 21 (ख) 18, 24 र 36 (ग) 14, 28 र 35 (ङ) 16, 24 र 40
 - 30, 75 र 90
- 48 र 84 लाई निःशेष भाग लाग्ने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
- 25 ओटा सुन्तला र 30 ओटा अमला बढीमा कति जनालाई बराबर हुने गरी बाँड्न सकिन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

1 देखि 100 सम्म लेखिएको सङ्ख्या चार्टमा सङ्ख्याहरू 36, 60 र 90 का गुणनखण्डहरूलाई फरक फरक रङका साइनपेनले गोलो घेरा (O) लगाई म. स. निकाल्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- शिक्षकलाई देखाउनुहोस् :

- (क) 6 (ख) 7 (ग) 8 (घ) 24 (ङ) 12
- (क) 7 (ख) 15 (ग) 18 (घ) 15 (ङ) 9
(च) 3 (ख) 6 (ग) 7 (ङ) 8 (ञ) 15
4. 24 5. 5

2.8 लघुतम समापवर्त्य (Lowest common multiples)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएको अवस्थाको अवलोकन गरी सोधिएको प्रश्नका बारेमा समूहमा छलफल गर्नुहोस् । दुईओटा बसहरू एउटै बसपार्कबाट चल्न सुरु गरे । पहिलो बसको प्रत्येक 5 कि.मि. फरकमा बस स्टेसन छ । अर्को बसको प्रत्येक 10 कि.मि. को फरकमा बस स्टेसन छ भने दुवै बसको पहिलो साभा स्टेसन कुन होला ? उक्त बस स्टेसन बसपार्कबाट कति कि.मि.को दुरीमा पर्दछ ?



माथि चित्रमा पहिलो बस चल्दै जाँदा 5 का अपवर्त्यहरू बनेको देखिन्छ । यसै गरी रातो बस चल्दै जाँदा 10 का अपवर्त्यहरू बनेको देखिन्छ । दुवै बसहरू बस स्टेसनबाट 10 कि.मि. र 20 कि.मि.को दुरीमा दुई पटक भेट भएको देखिन्छ । प्रथम पटक भेट भएको स्टेसन बसपार्कबाट 10 km को दुरीमा छ । 5 र 10 को सबैभन्दा सानो अपवर्त्य 10 हो । यहाँ 5 र 10 को लघुतम समापवर्त्य 10 हो । यसलाई छोटकरीमा ल.स. लेखिन्छ र अङ्ग्रेजीमा Lowest common multiple (L.C.M.) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

चरण I: 6 र 9 को ल.स. निकाल्नका लागि 6 एकाइ र 9 एकाइ लम्बाइका कागजको स्ट्रिप लिनुहोस् ।

6 एकाइका कागजका स्ट्रिपहरू

9 एकाइका कागजका स्ट्रिपहरू

चरण II: ती दुवै स्ट्रिपहरू बराबर नभएकाले 6 एकाइ लम्बाइ भएको स्ट्रिपमा 6 एकाइ नै भएको अर्को स्ट्रिप जोड्नुहोस् :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

चरण III: 9 एकाइ लम्बाइ भएको स्ट्रिपमा 9 एकाइ नै भएको अर्को स्ट्रिप जोड्नुहोस् :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

चरण IV: दुवै स्ट्रिपहरूको लम्बाइको परिणाम बराबर नआउँदासम्म यो प्रक्रिया जारी राख्नुहोस् ।

(चरण II को चित्रमा पुनः 6 एकाइको स्ट्रिप जोड्नुहोस् ।)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

जम्मा लम्बाइ 18 एकाइ भयो । दुवै स्ट्रिपहरूको लम्बाइ 18 एकाइ भएको छ । तसर्थ 6 र 9 को ल.स. 18 हुन्छ ।

दिइएका सङ्ख्याहरूले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्यालाई ती सङ्ख्याहरूको लघुतम समापवर्त्य भनिन्छ । लघुतम समापवर्त्यलाई छोटकरीमा ल.स. (L.C.M.) लेखिन्छ ।

ल.स. पत्ता लगाउने विधिहरू

तरिका 1: अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर (By making set of multiples)

यदि दिइएका सङ्ख्याहरू साना छन् भने अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर ल.स. निकाल्न सकिन्छ ।

क्रियाकलाप 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

चरण I: कुनै दुईओटा सङ्ख्याहरू लिनुहोस्, जस्तै : 6 र 9 लिइएको छ ।

चरण II: 1-100 सम्म लेखिएको सङ्ख्या चार्ट लिनुहोस् :

चरण III: सो सङ्ख्या चार्टमा 6 का अपवर्त्यहरूलाई कालो रङको साइन्पेनले गोलो

घेरा लगाउनुहोस् ।

चरण IV: सो सङ्ख्या चार्टमा 9 का अपवर्त्यहरूलाई निलो रङको साइनपेनले क्रस (×) चिह्न लगाउनुहोस् ।

चरण V: गोलो (O) घेरा र (×) चिह्न दुवै लागेका सङ्ख्याहरू कुन कुन छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

चरण VI: दुवै चिह्न लागेका सङ्ख्याहरूमध्ये सबैभन्दा सानो सङ्ख्या लेख्नुहोस् । सोही सङ्ख्या नै 6 र 9 को ल.स. हो ।

उदाहरण 1

12 र 18 लाई अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर ल.स. निकाल्नुहोस् :

समाधान

12 का अपवर्त्यहरू = {12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, ...}

18 का अपवर्त्यहरू = {18, 36, 54, 72, 90, ...}

12 र 18 का साझा अपवर्त्यहरू = {36, 72, ...}

यी साझा अपवर्त्यहरूको समूहमा 36 सबैभन्दा सानो अपवर्त्य हो ।

त्यसैले 12 र 18 को ल.स. 36 हो ।

तरिका 2: रूढ खण्डीकरण विधि (Prime factorization method)

यस विधिमा दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण गरी साझा रूढ गुणनखण्डहरू तथा बाँकी रूढ गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाली ल.स. पत्ता लगाइन्छ ।

उदाहरण 2

24 र 36 का रूढ खण्डीकरण विधिबाट ल.स. निकाल्नुहोस् :

समाधान

$$\begin{array}{r|l} 2 & 24 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

(क) दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) ती सङ्ख्याका रूढ गुणनखण्डहरूमध्ये साझा रूढ गुणनखण्डहरू लिनुहोस् ।

(ग) बाँकी रूढ गुणनखण्डहरू पनि लिनुहोस् ।

(घ) साझा र बाँकी रूढ गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाल्नुहोस् । सोही गुणनफल नै ल. स. हो ।

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$24 \text{ र } 36 \text{ का साभा गुणखण्ड} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\text{बाँकी गुणखण्ड} = 2 \times 3 = 6$$

$$\begin{aligned} \text{ल. स.} &= \text{साभा गुणखण्ड} \times \text{बाँकी गुणखण्ड} \\ &= 12 \times 6 = 72 \end{aligned}$$

$$\text{तसर्थ, ल.स.} = 72$$

क्रियाकलाप 3

सङ्ख्याहरू 22 र 33 का गुणखण्डहरूलाई चित्रमा प्रस्तुत गरी म.स. र ल.स. निकाल्नुहोस् ।

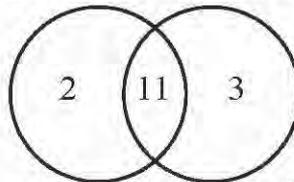
चरण I: 22 र 33 का गुणखण्डहरू निकाल्नुहोस् ।

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)22} \\ 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{)33} \\ 11 \\ \hline \end{array}$$

$$11 = 2 \times 11$$

$$33 = 3 \times 11$$

चरण II: अब 22 र 33 का गुणखण्डहरूलाई चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



चरण III: दुवै सङ्ख्याहरूका साभा गुणखण्ड 11 नै म.स. हो ।

चरण IV: दुवै सङ्ख्याहरूका साभा गुणखण्ड र बाँकी गुणखण्डको गुणनफल निकाल्नुहोस् । $11 \times 2 \times 3 = 66$ नै ल.स. हो ।

$$\text{अब दिइएका सङ्ख्याहरूको गुणनफल} = 22 \times 33 = 726$$

$$\text{ल.स. र म.स.को गुणनफल} = 11 \times 66 = 726$$

उदाहरण 3

सङ्ख्याहरू 24 र 36 को गुणनफल तिनीहरूको म.स. र ल.स. को गुणनफलसँग बराबर हुन्छ भनी देखाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ, 24 र 36 को म.स. = 12 (उदाहरण 2 बाट लिइएको)

24 र 36 को ल.स. = 72

ल.स. × म.स. = पहिलो सङ्ख्या × दोस्रो सङ्ख्या

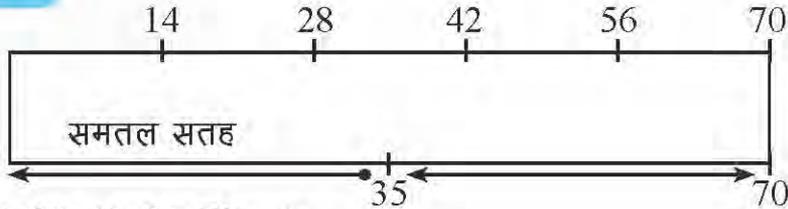
$$72 \times 12 = 24 \times 36$$

$$864 = 864$$

उदाहरण 4

14 cm र 35 cm लम्बाइ भएका दुईओटा डन्डीहरूले साँगसँगै नाप्दै जाँदा नाप्न मिल्ने सबैभन्दा छोटो दुरी कति से.मि. हुन्छ । यो दुरीले के लाई जनाउँछ ?

समाधान



$$M_{14} = \{14, 28, 42, 56, 70, \dots\}$$

$$M_{35} = \{35, 70, \dots\}$$

दुवै डन्डीले नाप्दा आउने सबैभन्दा छोटो दुरी 70 से.मि. छ । यसलाई ल.स. भनिन्छ ।

∴ ल.स. = 70 से.मि.

अभ्यास 2.8

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - दिइएका सङ्ख्याहरूले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या, ती सङ्ख्याको ल.स. हो ।
 - सङ्ख्याहरू 55 र 33 ले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या 165 नै 55 र 33 को ल.स. हो ।
 - दिइएका सङ्ख्याहरूलाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या ती सङ्ख्याहरूको ल.स. हो ।

- (घ) दुईओटा सङ्ख्याहरूको गुणनफललाई म.स ले भाग गर्दा भागफल ती सङ्ख्याहरूको ल.स. आउँछ ।
- (ङ) सङ्ख्याहरू 12 र 24 का साभा अपवर्त्यहरूको समूह $\{12, 24, 36, \dots\}$ हो ।
2. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको अपवर्त्यहरूको समूह बनाएर ल.स. निकाल्नुहोस् :
 (क) 10, 15 (ख) 11, 22 (ग) 12, 16 (घ) 15, 18 (ङ) 8, 12
 (च) 12, 15
3. तल दिइएका सङ्ख्याहरूको रूढ खण्डीकरण विधिबाट ल.स. निकाल्नुहोस् :
 (क) 20, 25 (ख) 32, 36 (ग) 72, 96 (घ) 24, 30 (ङ) 42, 70
4. 75 र 90 ले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. 36 र 90 ले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. (क) 30 र 42 को गुणनफल निकाल्नुहोस् ।
 (ख) ल.स. र म.स. निकाल्नुहोस् ।
 (ग) ल.स. र म.स. को गुणनफल निकाल्नुहोस् ।
 (घ) क र ग को नतिजालाई तुलना गर्नुहोस् ।
7. सङ्ख्याहरू 12 र 16 को गुणनफल तिनीहरूको म. स. र ल.स. को गुणनफलसँग बराबर हुन्छ भनी देखाउनुहोस् ।
8. सङ्ख्याहरू 24 र 40 को म.स. 8 छ भने ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. दुईओटा मेजरिड टेपहरू क्रमशः 20 cm र 30 cm लम्बाइका छन् । अब कुन चाहिँ सबैभन्दा छोटो लम्बाइ भएको टेपलाई यी दुवै टेपले ठिक भाग जाने गरी नाप्न सकिइला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

एउटा कार्डबोर्ड पेपर लिएर दुई सङ्ख्याहरू 35 र 28 का गुणनखण्डहरूलाई चित्रमा देखाई म.स. र ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. (क) 30 (ख) 22 (ग) 48 (घ) 90 (ङ) 24 (च) 60
3. (क) 100 (ख) 288 (ग) 288 (घ) 120 (ङ) 420
4. 450 5. 180 6 देखि 9 सम्मको उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

पूर्णाङ्कहरू (Integers)

3.0 पुनरवलोकन (Review)

क्रियाकलाप 1

पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ बाट कुनै दुईओटा सङ्ख्याहरू लिनुहोस् । ती सङ्ख्याका जोड, घटाउ र गुणनमध्ये कुन कुन क्रिया सम्भव होला ? योगफल, फरक र गुणनफल निकाली छलफल गर्नुहोस् ।

3.1 पूर्णाङ्कहरूको परिचय (Introduction to integers)

क्रियाकलाप 2

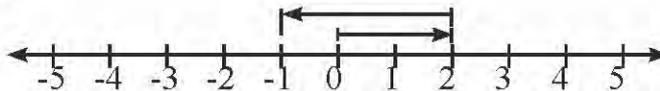
पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ बाट दुईओटा सङ्ख्याहरू 2 र 3 लिनुहोस् । उक्त सङ्ख्याहरूको योगफल, गुणनफल र फरक निकाल्नुहोस् । नतिजा के आउँछ ? छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ, $2 + 3 = 5$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 - 3 = ?$$

दुई सङ्ख्याहरू 2 र 3 लाई जोडदा 5 र गुणन गर्दा 6 हुन्छन् । यी दुवै पूर्ण सङ्ख्याहरू हुन् । अर्थात् दुईओटा पूर्ण सङ्ख्याहरूको योगफल र गुणनफल जहिले पनि पूर्ण सङ्ख्या नै हुन्छ । तर 2 बाट 3 घटाउँदा कति आउँछ ? तलको सङ्ख्यारेखा हेरी पत्ता लगाउनुहोस् :



सङ्ख्या रेखाबाट $2 - 3$ भनेको 0 भन्दा 1 सँकाइ कम हुने सङ्ख्या भन्ने थाहा हुन्छ । यसलाई -1 लेखिन्छ । त्यसरी नै $4 - 6 = -2$ (0 भन्दा 2 कम), $3 - 6 = -3$ (0 भन्दा 3 कम) आदि ।

यहाँ, -1, -2 र -3 पूर्ण सङ्ख्या होइनन् ।

यस्ता सङ्ख्याहरू ऋणात्मक सङ्ख्याहरू हुन् ।

ऋणात्मक सङ्ख्याहरू, शून्य र धनात्मक सङ्ख्याहरूको समूहलाई पूर्णाङ्क (Integers) भनिन्छ । पूर्णाङ्कहरूको समूहलाई $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ लेखिन्छ । पूर्णाङ्कहरूको समूहलाई सङ्ख्या रेखामा निम्नानुसार देखाउन सकिन्छ :



शून्यबाट दायाँतिर जाँदा सङ्ख्याहरूको मान बढ्दै जान्छ भने बायाँतिर जाँदा सङ्ख्याहरूको मान घट्दै जान्छ । सङ्ख्या रेखामा 0 लेखेको स्थानलाई उद्गम बिन्दु (Point of origin) भनिन्छ । उद्गम बिन्दुबाट दायाँतिरका सङ्ख्याहरू धनात्मक (positive) र बायाँतिरका सङ्ख्याहरू ऋणात्मक (negative) हुन्छन् । धनात्मक पूर्णाङ्कहरूको समूहलाई $Z^+ = \{+1, +2, +3, \dots\}$ र $Z^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$ लाई ऋणात्मक पूर्णाङ्कहरू (Negative integers) को समूह भनिन्छ ।

धनात्मक सङ्ख्याहरूको समूह, शून्य र ऋणात्मक सङ्ख्याहरूको समूह मिलेर बनेका सङ्ख्याहरूको समूहलाई पूर्णाङ्कहरूको समूह भनिन्छ । शून्य (0) ऋणात्मक र धनात्मक दुवै होइन ।

अभ्यास 3.1

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - शून्य धनात्मक सङ्ख्या हो ।
 - शून्यभन्दा ठुलो सङ्ख्या उद्गम बिन्दुबाट दायाँतिर पर्दछ ।
 - कुनै सङ्ख्याभन्दा 1 एकाइ सानो सङ्ख्या सो सङ्ख्याभन्दा दायाँतिर पर्दछ ।
 - ऋणात्मक पूर्णाङ्कहरू उद्गमबिन्दुबाट बायाँतिर पर्दछन् ।
 - 6 र -5 मा -6 ठुलो पूर्णाङ्क हो ।
- तल दिइएका सङ्ख्याहरूबाट पूर्णाङ्क छुट्याउनुहोस् :
-2, 0, -5, 40, 1.5, $\frac{1}{2}$, 0.66, -75, 100, $\frac{2}{3}$

3. सङ्ख्या रेखाका आधारमा निम्नलिखित सङ्ख्याभन्दा 4 एकाइ बायाँतिर रहेका सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् :
- (क) 6 (ख) -2 (ग) 0 (घ) 3 (ङ.) -5
4. तलका दुई सङ्ख्याहरूका बिचमा ($>$) र ($<$) चिह्न राख्नुहोस् :
- क) -2 0 (ख) -12 -5 (ग) -21 -23
(घ) -8 8 (ङ) -33 0
5. तल दिइएका पूर्णाङ्कहरूलाई सानोदेखि ठुलो क्रममा मिलाएर राख्नुहोस् :
- (क) -2, 0, -6, 4, 1 (ख) 5, 8, -3, -4, 0, 9
(ग) -40, 33, 11, -15, -22, 2
6. सङ्ख्यारेखाको प्रयोग गरी तल दिइएका पूर्णाङ्कहरूका बिचमा पर्ने सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् :
- (क) -2 र 3 (ख) -8 र -15 (ग) -7 र 0 (घ) -13 र -18
7. स्थान A मन्दिरबाट 5 km पूर्व र स्थान B मन्दिरबाट 3 km पश्चिममा छ । यो जानकारीलाई सङ्ख्या रेखामा पूर्णाङ्कको प्रयोग गरी देखाउनुहोस् । साथै स्थान A र B बिचको दुरी पनि निकाल्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

हाम्रो दैनिक जीवनमा पूर्णाङ्कको प्रयोग कहाँ र कसरी भइएको छ, आफूभन्दा अग्रजसँग सोधेर वा इन्टरनेटबाट खोजेर छोटो उदाहरण लेख्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- 1 देखि 4 सम्मको उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
5. (क) -6, -2, 0, 1, 4 (ख) -4, -3, 0, 5, 8, 9
(ग) -40, -22, -15, 2, 11, 33
6. (क) -1, 0, 1, 2 (ख) -14, -13, -12, -11, -10, -9
(ग) -6, -5, -4, -3, -2, -1 (घ) -14, -15, -16, -17
7. 8 km

भिन्न (Fraction)

4.0 पुनरवलोकन (Review)

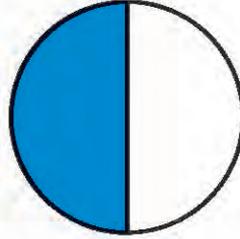
तल दिइएका अवस्थाहरूका बारेमा समूहमा छलफल गर्नुहोस् । प्रत्येक समूहले एक एकओटा वाक्यका बारेमा अध्ययन गरी त्यसका भिन्नका रूपलाई पालैपालो कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

- (क) रमाले सउटा रोटीलाई बराबर चार भाग लगाएर तीन भाग खाइन् ।
- (ख) प्रवीणले दश पेज लामो कथामा सात पेज पढेर सके ।
- (ग) हरिका बुबाले एक चौथाइ रोटी खानुभयो ।

4.1 समतुल्य भिन्नहरू (Equivalent fractions)

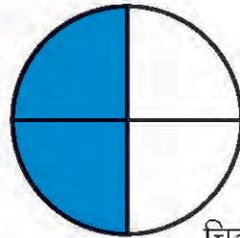
क्रियाकलाप 1

चरण I : दुईओटा एकै साइजका वृत्ताकार कागज लिनुहोस् । सउटा कागजलाई चित्र न. 1 मा दिइए जस्तै दुई बराबर भागमा बाँडिने गरी पट्याउनुहोस् र एक भागमा रङ लगाउनुहोस् ।



चित्र न. 1

चरण II : त्यस्तै अर्कोलाई चित्र न. 2 मा जस्तै चार बराबर भागमा बाँडिने गरी पट्याउनुहोस् र दुई भागमा रङ लगाउनुहोस् ।

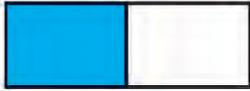


चित्र नं. 2

पहिलो चित्रमा रङ्ग्याइएको भाग $\frac{1}{2}$ र दोस्रो चित्रमा रङ्ग्याइएको भाग $\frac{2}{4}$ छ तर दुवै चित्रलाई पारदर्शी कागजबाट ट्रेस गरेर हेर्दा बराबर भाग रङ्ग्याइएको पाइन्छ । त्यसैले $\frac{1}{2}$ र $\frac{2}{4}$ बराबर भिन्न छन् । यिनीहरूलाई समतुल्य भिन्न भनिन्छ ।

एउटा भिन्नसँग बराबर भएका अरू भिन्नहरूलाई सो भिन्नको समतुल्य भिन्न भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

●	एउटा आयतकार कागज लिनुहोस् ।	
●	सो कागजलाई दुई बराबर भागमा विभाजन हुने गरी पट्याउनुहोस् र एक भागलाई रङ्ग्याउनुहोस् । यहाँ रङ्ग्याइएको भागलाई $\frac{1}{2}$ ले जनाइन्छ ।	
●	पुनः सोही कागजलाई चार बराबर भागमा विभाजन हुने गरी पट्याउनुहोस् । यहाँ रङ्ग्याइएको भागलाई $\frac{2}{4}$ ले जनाइन्छ ।	
●	एवम् प्रकारले सोही कागजलाई आठ बराबर भागमा विभाजन हुने गरी पट्याउनुहोस् । यहाँ रङ्ग्याइएको भागलाई $\frac{4}{8}$ ले जनाइन्छ ।	

माथिका तीनोटै चित्रमा रङ्ग्याइएका भागहरू बराबर छन् । त्यसैले

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ सबैले एउटै भिन्न जनाउँछन् । अतः $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ र $\frac{4}{8}$ समतुल्य भिन्नहरू हुन् ।

तरिका I

माथि हामीले चित्रका माध्यमबाट समतुल्य भिन्नहरू बनायौं । अब त्यही समतुल्य भिन्नलाई अर्को तरिकाबाट बनाउन प्रयास गरौं ।

उदाहरण

$\frac{1}{2}$ का समतुल्य भिन्नहरू लेख्नुहोस् :

समाधान

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} \quad (\text{अंश र हर दुवैलाई 2 ले गुणन गर्दा})$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \quad (\text{अंश र हर दुवैलाई 3 ले गुणन गर्दा})$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8} \quad (\text{अंश र हर दुवैलाई 4 ले गुणन गर्दा})$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \quad (\text{अंश र हर दुवैलाई 5 ले गुणन गर्दा})$$

त्यसैले, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10}$ लेख्न सकिन्छ ।

अतः $\frac{1}{2}$ का समतुल्य भिन्नहरू $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ र $\frac{5}{10}$ हुन् ।

तरिका II

कुनै पनि भिन्नलाई हर र अंश दुवैमा एउटै सङ्ख्याले गुणन गरेर पनि समतुल्य भिन्न बनाउन सकिन्छ ।

उदाहरण 2 : $\frac{3}{4}$ का समतुल्य भिन्नहरू लेख्नुहोस् :

समाधान

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

यसै गरी अन्य हाँगाहरू पनि थपेर धेरैओटा समतुल्य भिन्नहरू देखाउन सकिन्छ ।

उदाहरण 3: $\frac{3}{4}$ भिन्नको हरमा 12 आउने एउटा समतुल्य भिन्न लेख्नुहोस् :

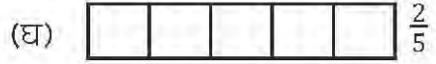
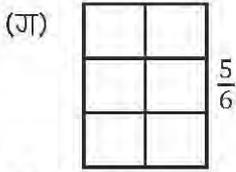
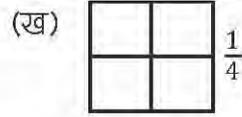
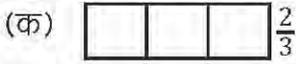
समाधान

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

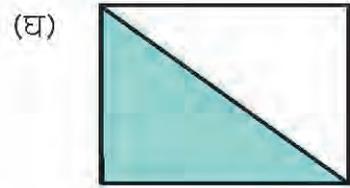
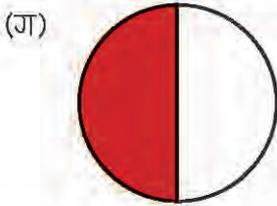
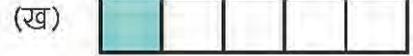
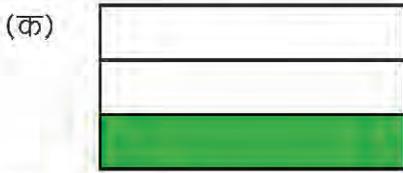
दिइएको भिन्नको हरमा 12 बनाउन अंश र हर दुवैलाई 3 ले गुणन गरेको

अभ्यास 4.1

1. तल दिइएका चित्रमा दिइएको भिन्न जनाउने भागमा रङ लगाउनुहोस् :



2. दिइएको चित्रलाई दुई बराबर भाग लगाउनुहोस् र बन्ने चित्रबाट रङ्गाइएको भागलाई भिन्नमा लेख्नुहोस् :



3. खाली ठाउँमा कुन सङ्ख्या भर्नुपर्ला, लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{49}$ (ख) $\frac{2}{9} = \frac{14}{\square}$ (ग) $\frac{1}{5} = \frac{\square}{30}$ (घ) $\frac{3}{11} = \frac{12}{\square}$

4. तल दिइएका भिन्नका दुई दुईओटा समतुल्य भिन्नहरू लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{2}{5}$ (ख) $\frac{1}{7}$ (ग) $\frac{5}{8}$ (घ) $\frac{4}{9}$

5. तल दिइएका प्रत्येक भिन्नको हरमा 16 आउने सउटा समतुल्य भिन्न लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{1}{2}$ (ख) $\frac{3}{4}$ (ग) $\frac{5}{8}$ (घ) $\frac{1}{4}$

6. दिइएका भिन्नहरूबाट समतुल्य भिन्नहरू छुट्याउनुहोस् :

(क) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{6}{9}$ (ख) $\frac{3}{4}, \frac{4}{7}, \frac{9}{12}, \frac{12}{21}$

7. तलको खाली ठाउँमा समतुल्य भिन्न भर्नुहोस् :

(क)

$\frac{4}{9} = \frac{4 \times 2}{9 \times 2} = \frac{8}{18}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9} = \frac{4 \times 4}{9 \times 4} = \frac{\square}{\square}$
$\frac{4}{9} = \frac{4 \times 3}{9 \times 3} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{4}{9} = \frac{4 \times 5}{9 \times 5} = \frac{\square}{\square}$

(ख)

$\frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{\square}{\square}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{\square}{\square}$
$\frac{2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{\square}{\square}$

(ग)

$\frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{\square}{\square}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{\square}{\square}$
$\frac{1 \times 3}{3 \times 3} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{\square}{\square}$

परियोजना कार्य

भिन्न स्ट्रिपको प्रयोगबाट $\frac{1}{3}$ भिन्नको समतुल्य भिन्न चार्टको निर्माण गर्नुहोस् ।

उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

4.2 असमान हर भएका भिन्नहरूको तुलना (Comparison of unlike fractions)

क्रियाकलाप 1

तलको चित्र हेरी सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :



(क) रङ लगाइएका भागलाई भिन्नमा कसरी जनाइन्छ ?

(ख) रङ नलगाइएका भागलाई भिन्नमा कसरी जनाइन्छ ?

(ग) यी दुईमध्ये कुन भिन्न ठुलो छ ?

रुड लगाइएका भाग $\frac{5}{7}$ मा 5 ओटा $\frac{1}{7}$ छन् । रुड नलाइएका भाग $\frac{2}{7}$ मा 2 ओटा $\frac{1}{7}$ छन् ।
 $5 > 2$ भएकाले $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ हुन्छ ।

यदि हर समान भएका भिन्नहरू छन् भने अंशको सङ्ख्यालाई तुलना गर्नुपर्दछ ।
 जुन भिन्नको अंश बढी छ, त्यो भिन्न ठुलो हुन्छ ।

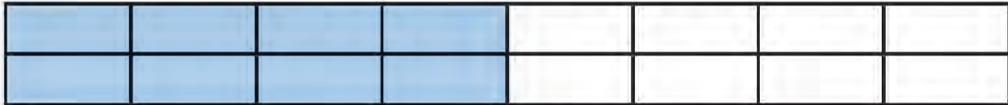
4.2.1 असमान हर भएका भिन्नलाई समान हर भएको भिन्नमा रूपान्तरण (Converting unlike fraction into like fraction)

क्रियाकलाप 2

तल दिइएका चित्रहरूको अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :



चित्र I



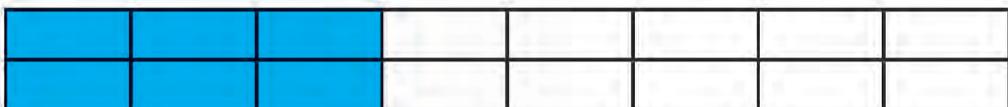
चित्र II

- (क) माथिका चित्रहरूलाई भिन्नमा कसरी लेखिन्छ ?
- (ख) के दुवै भिन्नहरूका हर बराबर छन् ?
- (ग) असमान हरलाई समान बनाउन के गर्नुपर्ला ?

(घ) $\frac{3}{8}$ र $\frac{8}{16}$ मा कुन भिन्न ठुलो छ ?

पहिलो चित्रको भिन्न $\frac{3}{8}$ र दोस्रो चित्रको भिन्न $\frac{8}{16}$ छ । भिन्नहरू $\frac{3}{8}$ र $\frac{8}{16}$ का हर बराबर छैनन् । पहिलो चित्रलाई ठिक दुई बराबर भागमा विभाजन हुने गरी चित्र III मा देखाइए जस्तै पढ्याउनुहोस् । पहिलो चित्र 16 भागमा विभाजन भयो ।

$\frac{3}{8}$ लाई $\frac{6}{16}$ को समतुल्य भिन्न भनिन्छ ।



चित्र III

अब, $\frac{6}{16}$ र $\frac{8}{16}$ मा $\frac{8}{16}$ ठूलो छ भन्न सकिने भयो ।

असमान हर भएका भिन्नलाई तुलना गर्नका लागि सर्वप्रथम समान हर भिन्नमा रूपान्तरण गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 1

$\frac{3}{5}$ र $\frac{5}{10}$ लाई समान हरमा बदल्नुहोस् :

समाधान

$\frac{3}{5}$ र $\frac{5}{10}$ मा हरलाई बराबर बनाउँदा,

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

∴ $\frac{6}{10}$ र $\frac{5}{10}$ समान हर भएका भिन्नहरू हुन् ।

पहिलो भिन्नको हर 5 लाई दोस्रो भिन्नको हर 10 सँग बराबर बनाउका लागि पहिलो भिन्नको अंश र हर दुवैलाई 2 ले गुणन गर्नुहोस् ।

उदाहरण 2

$\frac{2}{3}$ र $\frac{3}{4}$ लाई समान हरमा बदल्नुहोस् :

$\frac{2}{3}$ र $\frac{3}{4}$ लाई कसरी समान हर बनाउन सकिन्छ ?

दुवै भिन्नका हरमा भएका सङ्ख्याको अपवर्त्यहरू निकाल्ने र सोबाट सबैभन्दा सानो साभ्ना अपवर्त्य लिने



समाधान

$\frac{2}{3}$ र $\frac{3}{4}$ लाई समान हरमा बदल्न,

3 का अपवर्त्यहरू 3, 6, 9, 12, 15, ...

4 का अपवर्त्यहरू 4, 8, 12, 16, 20, ...

3 र 4 दुवैको सबैभन्दा सानो साभ्ना अपवर्त्य 12 हो ।

त्यसैले $\frac{2}{3}$ को अंश र हर दुवैलाई 4 ले र $\frac{3}{4}$ को अंश र हर दुवैलाई 3 ले गुणन गर्नुपर्दछ ।

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

∴ $\frac{8}{12}$ र $\frac{9}{12}$ समान हर भएका भिन्नहरू हुन् ।

उदाहरण 3

$\frac{2}{3}$ र $\frac{5}{6}$ मा कुन भिन्न ठूलो छ ?

समाधान

यहाँ, $\frac{2}{3}$ र $\frac{5}{6}$ असमान हर भएका भिन्न हुन् ।

3 का अपवर्त्यहरू 3, 6, 9, 12, 15, ...

6 का अपवर्त्यहरू 6, 12, 18, 24, ...

3 र 6 दुवैको सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्य 6 छ ।

त्यसैले,

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 1}{6 \times 1} = \frac{5}{6}$$

$\frac{2}{3}$ को हरलाई 6 बनाउन अंश र हर दुवैमा 2 ले गुणन गर्नुपर्दछ ।

अब, $\frac{4}{6}$ र $\frac{5}{6}$ मा हर समान भएकाले अंशलाई तुलना गरिन्छ ।

यहाँ, $5 > 4$, त्यसैले $\frac{5}{6} > \frac{4}{6}$

$$\therefore \frac{5}{6} > \frac{2}{3}$$

$\frac{5}{6}$ ठूलो भिन्न हो ।

अभ्यास 4.2

- दिइएका जोडी भिन्नहरूलाई समान हर भएको भिन्नमा बदल्नुहोस् :
(क) $\frac{3}{4}$ र $\frac{1}{5}$ (ख) $\frac{5}{7}$ र $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{4}{7}$ र $\frac{8}{9}$ (घ) $\frac{1}{3}$ र $\frac{2}{5}$
- खाली ठाउँमा '>' '<' र '=' मध्ये मिल्ने चिह्न भर्नुहोस् :
(क) $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{8}$ (ख) $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{8}$
(घ) $3\frac{1}{3}$ $\frac{10}{3}$
- तलका जोडी भिन्नहरूमा ठुलो भिन्न छुट्याउनुहोस् :
(क) $\frac{5}{6}$ र $\frac{7}{8}$ (ख) $\frac{9}{7}$ र $\frac{5}{6}$ (ग) $\frac{3}{8}$ र $\frac{9}{20}$ (घ) $\frac{2}{3}$ र $\frac{3}{4}$
- दिइएका भिन्नहरूलाई सानोदेखि ठुलो क्रममा मिलाएर लेख्नुहोस् :
 $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{10}$
- दीपाले सउटा रोटीको $\frac{2}{3}$ भाग खाइन् र दिपेशले उत्रै नापको रोटीको $\frac{5}{7}$ भाग खाए भने कसले बढी रोटी खाएछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- सउटा खम्बाको $\frac{2}{3}$ भागमा कालो रङ र $\frac{7}{8}$ भागमा सेतो रङ लगाइएको छ भने सो खम्बामा कुन रङ लगाएको भाग बढी छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- रमिलाले आफ्नो आमदानीको $\frac{2}{7}$ भाग खानामा र $\frac{5}{9}$ भाग शिक्षामा खर्च गरिछन् भने कुन शीर्षकमा कम खर्च गरिछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- रूपकले सउटा केकको $\frac{1}{3}$ भाग बिहानमा र उही केकको $\frac{3}{5}$ भाग बेलुकी खाएछन् भने कुन समयमा थोरै केक खाएछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

$\frac{3}{5}$ र $\frac{5}{10}$ भिन्नलाई भिन्न स्ट्रिपको प्रयोगबाट समान हरमा बदल्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- देखि 4 सम्म शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
- दिपेश 6. सेतो रङ 7. खानामा 8. बिहानमा

4.3 असमान हर भएका भिन्नहरूको जोड र घटाउ (Addition and subtraction of unlike fractions)

क्रियाकलाप 1

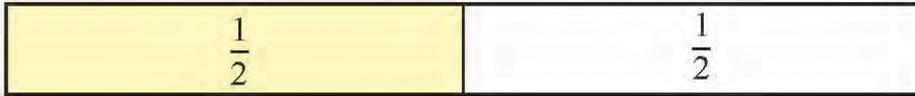
भिन्न स्ट्रिपको प्रयोग गरी भिन्नहरू $\frac{1}{2}$ र $\frac{2}{5}$ को योगफल कति हुन्छ ? पत्ता लगाई निष्कर्ष प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

यहाँ, 2 र 5 का सबैभन्दा सानो साभा अपवर्त्य 10 हुन्छ ।

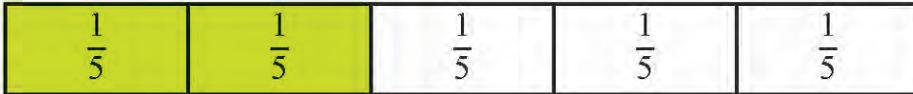
त्यसैले,

चरण I : सउटा चार्ट पेपरबाट $10\text{cm} \times 2\text{cm}$ का तीनओटा स्ट्रिपहरू काट्नुहोस् ।

चरण II: पहिलो स्ट्रिपलाई स्केलका सहायताले दुई बराबर भागमा विभाजन गर्नुहोस् । प्रत्येक भागले $\frac{1}{2}$ जनाउँछ । हामीलाई $\frac{1}{2}$ भाग चाहिँसकाले एक भागलाई काटेर हटाइदिनुहोस् । बाँकी भागलाई रङ लगाउनुहोस् ।

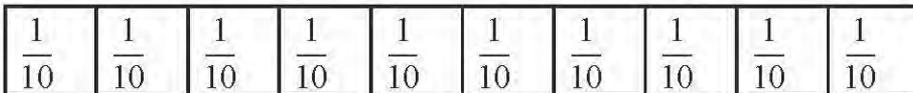


दोस्रो स्ट्रिपलाई स्केलका सहायताले पाँच बराबर भाग लगाउनुहोस् । प्रत्येक भागले $\frac{1}{5}$ जनाउँछ ।



हामीलाई $\frac{2}{5}$ भाग चाहिँसकाले 3 ओटा भागलाई काटेर हटाइदिनुहोस् । बाँकी भागलाई रङ लगाउनुहोस् ।

तेस्रो स्ट्रिपलाई 10 बराबर भाग लगाउनुहोस् । प्रत्येक भागले $\frac{1}{10}$ जनाउँछ ।



चरण III : पहिलो स्ट्रिपबाट $\frac{1}{2}$ भाग (सउटा भाग) र दोस्रो स्ट्रिपबाट $\frac{2}{5}$ भाग (दुईओटा भाग) लाई तेस्रो स्ट्रिपको माथि मिलाएर राख्नुहोस् ।

$\frac{1}{2}$					$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		
$\frac{1}{10}$									

चरण IV : अब, तेस्रो स्ट्रिपभन्दा माथि राखिएका स्ट्रिपहरूका भाग तेस्रो स्ट्रिपका कतिओटा भागसँग बराबर छ ? गणना गर्नुहोस् ।

यहाँ तेस्रो स्ट्रिपका 10 ओटा भागमध्ये 9 ओटा भागहरू बराबर रङ लगाएको देखिएकाले $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

जोड गर्नुहोस् :

$$\frac{9}{10} + \frac{1}{6}$$

समाधान

10 का अपवर्त्यहरू 10, 20, 30, 40, 50, 60 ...

6 का अपवर्त्यहरू 6, 12, 18, 24, 30, ...

सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्य = 30

$$\frac{9}{10} = \frac{9 \times 3}{10 \times 3} = \frac{27}{30}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{5}{30}$$

सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्य 30 भएकाले दुवै भिन्नहरूको हर 30 बनाउनु पर्दछ ।

अब,

$$\frac{9}{10} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{27}{30} + \frac{5}{30}$$

$$= \frac{27+5}{30}$$

$$= \frac{32}{30}$$

$$= \frac{16}{15} \quad (\text{लघुतम पदमा लेख्दा})$$

अर्को तरिका

समाधान

$$\text{यहाँ, } \frac{9}{10} + \frac{1}{6}$$

असमान हर भएकाले समान हर बनाउनु पर्दछ ।

$$10 = 2 \times 5 \quad \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 5 \end{array} \right.$$

$$6 = 2 \times 3 \quad \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 5 \end{array} \right.$$

$$\text{अब, } \frac{9}{10} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{9 \times 3}{10 \times 3} + \frac{1 \times 5}{6 \times 5}$$

$$= \frac{27}{30} + \frac{5}{30}$$

$$= \frac{27 + 5}{30}$$

$$= \frac{32}{30}$$

$$= \frac{16}{15}$$

उदाहरण 2

$$\text{घटाउ गर्नुहोस् : } \frac{11}{24} - \frac{3}{8}$$

समाधान

24 का अपवर्त्यहरू 24, 48, ...

8 का अपवर्त्यहरू 8, 16, 24, 32, 40, ...

सबैभन्दा सानो साभ्का अपवर्त्य = 24

$$\frac{11}{24} = \frac{11 \times 1}{24 \times 1} = \frac{11}{24}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$$

अर्को तरिका

असमान हर भएकाले समान हर बनाउनु पर्दछ ।

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \quad \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 3 \end{array} \right.$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \quad \left| \begin{array}{l} \times 3 \\ \times 3 \end{array} \right.$$

$$\text{अब, } \frac{11}{24} - \frac{3}{8}$$

$$\text{अब, } \frac{11}{24} - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{11}{24} - \frac{9}{24}$$

$$= \frac{11-9}{24}$$

$$= \frac{2}{24}$$

$$= \frac{1}{12}$$

$$= \frac{11}{24} - \frac{3 \times 3}{8 \times 3}$$

$$= \frac{11}{24} - \frac{9}{24}$$

$$= \frac{11-9}{24}$$

$$= \frac{2}{24}$$

$$= \frac{1}{12}$$

अभ्यास 4.3

1. हिसाब गर्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

(ख) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

(ग) $4\frac{1}{7} + 2\frac{3}{4}$

(घ) $\frac{5}{9} + \frac{1}{3}$

(ङ) $1\frac{1}{10} + 9\frac{1}{5}$

(च) $\frac{11}{15} - \frac{3}{10}$

(छ) $\frac{17}{2} - \frac{27}{4}$

(ज) $3\frac{1}{5} - 2\frac{1}{10}$

(झ) $\frac{5}{6} - \frac{5}{12}$

(ञ) $8\frac{2}{9} - \frac{1}{4}$

- विनिताले $\frac{3}{4}$ भाग स्याउबाट $\frac{1}{5}$ भाग स्याउ हरिलाई दिइन् भने विनितासँग अब कति स्याउ बाँकी रहे ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- पहिलो स्थान A बाट B सम्मको दुरी $8\frac{1}{4}$ m छ र बिन्दु B देखि C सम्मको दुरी $3\frac{1}{2}$ m छ भने A देखि C सम्मको जम्मा दुरी कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- दुईओटा भिन्नहरूको योगफल $6\frac{1}{6}$ छ । जसमध्ये पहिलो भिन्न $2\frac{1}{3}$ छ भने दोस्रो भिन्न कति होला ?
- प्रसुनले सउटा स्याउलाई 8 भागमा बाँडेछन् । यसमध्ये $\frac{3}{8}$ भाग प्रसुनले र $\frac{1}{4}$ भाग प्रान्जलले खाएछन् । दुवै मिलेर जम्मा कति भाग स्याउ खाएछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. आदित्यले आफ्नो जन्मदिनमा $5\frac{5}{6}$ kg मिठाई किनेछन् । सोमध्ये $1\frac{2}{3}$ kg आफ्नो परिवारका सदस्यहरूलाई र $3\frac{1}{3}$ kg साथीहरूलाई बाँडेछन् भने अब उनीसँग कति मिठाई बाँकी रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

भिन्नहरू $\frac{1}{2}$ र $\frac{1}{2}$ लाई भिन्न स्ट्रिपको प्रयोगबाट कसरी जोड्न सकिन्छ ? भिन्न स्ट्रिप बनाएर देखाउनुहोस् ।

उत्तर

1. (क) $1\frac{7}{12}$ (ख) $\frac{11}{15}$ (ग) $6\frac{25}{28}$ (घ) $\frac{8}{9}$ (ङ) $10\frac{3}{10}$
 (च) $\frac{13}{30}$ (छ) $1\frac{3}{4}$ (ज) $1\frac{1}{10}$ (झ) $\frac{5}{12}$ (ञ) $7\frac{35}{36}$
2. $\frac{11}{20}$ 3. $35\frac{3}{4}$ 4. $3\frac{5}{6}$ 5. $\frac{5}{8}$ 6. $\frac{5}{6}$ kg

4.4 भिन्नहरूको गुणन (Multiplication of Fractions)

4.4.1 भिन्न र पूर्ण सङ्ख्याको गुणन (Multiplication of a fraction and a whole number)

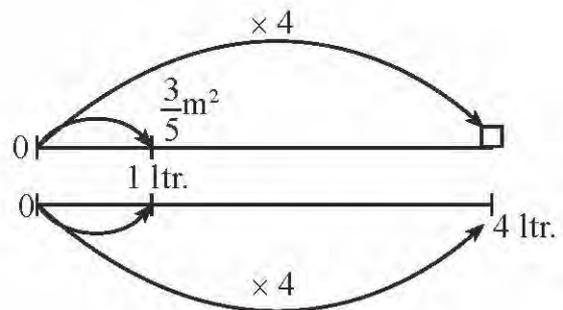
उदाहरण 1

1 litre रडले $\frac{3}{5}m^2$ मा रड लगाउन पुग्छ भने 4 litre रडले कति m^2 मा रड लगाउन पुग्छ ?

समाधान

यसलाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

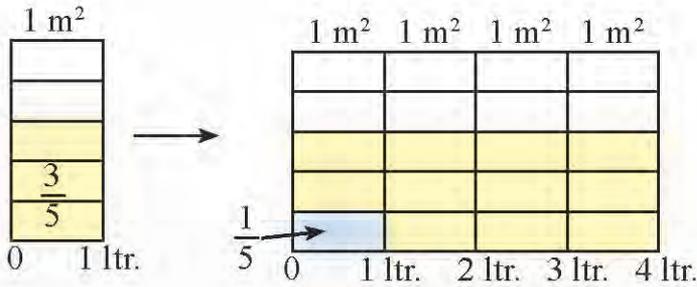
$$\begin{aligned} & \frac{3}{5} \times 4 \\ = & 4 \text{ ओटा } \frac{3}{5} \\ = & 4 \times 3 \text{ ओटा } \frac{1}{5} \end{aligned}$$



$$= 12 \text{ ओटा } \frac{1}{5}$$

$$= \frac{12}{5} \text{ m}^2$$

नमुना चित्र विधि



$$\begin{aligned} & 4 \text{ ओटा } \frac{3}{5} \\ &= (4 \times 3) \text{ ओटा } \frac{1}{5} \\ &= 12 \text{ ओटा } \frac{1}{5} \\ &= \frac{12}{5} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

पूर्ण सङ्ख्याले कुनै भिन्नलाई गुणन गर्दा भिन्नको अंशमा भएको सङ्ख्यालाई पूर्ण सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्दछ ।

उदाहरण 2

$$\text{गुणन गर्नुहोस् : } 5 \times \frac{3}{5}$$

समाधान

$$\begin{aligned} & \text{यहाँ, } 5 \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{5 \times 3}{5} \\ &= 3 \end{aligned}$$

उदाहरण 2

56 को $\frac{7}{8}$ भाग कति हुन्छ ?

समाधान

$$\begin{aligned} & \text{यहाँ, } 56 \times \frac{7}{8} \\ &= \frac{56 \times 7}{8} \\ &= 49 \end{aligned}$$

उदाहरण 3

शशिकलासँग 6 ओटा सुन्तलाहरू थिए । उनले विष्णुलाई 6 ओटा सुन्तलाको $\frac{1}{3}$ भाग सुन्तला दिइन् भने जम्मा कतिओटा सुन्तला दिइछन् ?

समाधान



चित्रमा 6 ओटा सुन्तला छन् ।
विष्णुलाई दिएको $\frac{1}{3}$ भाग हो । $\frac{1}{3}$
भनेको 3 भागको 1 भाग हो,
त्यसैले तीन भागमा बाँड्दा,



प्रत्येक भागमा $2/2$ ओटा सुन्तला छन् ।
विष्णुलाई 1 भाग दिएकाले उनले जम्मा
दुईओटा सुन्तला दिएकी रहिछन् ।

शशिकलासँग भएका सुन्तला = 6

विष्णुलाई दिइएका = $\frac{1}{3}$ भाग

विष्णुलाई दिइएका सुन्तलाको
सङ्ख्या = ?

अब विष्णुलाई दिइएका सुन्तला

= 6 को $\frac{1}{3}$ भाग

= $6 \times \frac{1}{3}$

= $\frac{6 \times 1}{3}$

= 2

अभ्यास 4.4.1

1. 1 बाकस टायलले घरको छतमा $\frac{3}{10}$ भागमा बिछ्याउन पुग्छ भने 3 बाकस टायलले घरको छतमा कति भागमा टायल बिछ्याउन पुग्छ ?
2. पार्कमा ढुङ्गा बिछ्याउन लागिएको छ । यदि 1 टूक ढुङ्गाले पार्कको $\frac{2}{15}$ भागमा बिछ्याउन पुग्छ भने 6 टूक ढुङ्गाले कति भागमा ढुङ्गा बिछ्याउन पुग्छ ?
3. गुणनफल निकाल्नुहोस् :
(क) $\frac{2}{3} \times 12$ (ख) $\frac{3}{8} \times 15$ (ग) $\frac{1}{3} \times 25$ (घ) $\frac{1}{9} \times 27$
4. मान पत्ता लगाउनुहोस् :
(क) 2 kg को $\frac{3}{4}$ भाग (ख) 100 cm को $\frac{5}{4}$ भाग
(ग) 1 वर्षको $\frac{2}{3}$ भाग (घ) 200 विद्यार्थीका $\frac{3}{4}$ भाग
5. हिसाब गर्नुहोस् :
(क) 25 को $\frac{1}{5}$ भाग कति हुन्छ ?

(ख) 120 को $\frac{3}{4}$ भाग कति हुन्छ ?

6. रामविलाससँग भएको रु 1000 को $\frac{3}{5}$ भाग हरिकान्तलाई सापटी दिइएछन् भने (क) रामविलासले हरिकान्तलाई कति सापटी दिइएछन् ?

(ख) रामविलाससँग कति रुपियाँ बाँकी होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. एउटा 25kg चामल भएको बोरबाट $\frac{1}{5}$ भाग चामल निकालियो भने कति चामल निकालिएछ ? बोरामा कति के.जी. चामल बाँकी रहेछ ?

8. डुम्रेबाट चन्द्रावतिसम्मको बाटो 18 km लामो छ । सो बाटोमा $\frac{2}{3}$ भाग कालोपत्रे भएछ भने जम्मा कति भाग बाटोमा कालोपत्रे भएछ ? कति km बाटोमा कालोपत्रे हुन बाँकी छ ?

उत्तर

1 देखि 3 सम्मको उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

4. (क) 1500 gm (ख) 125 cm (ग) 8 महिना (घ) 150 विद्यार्थी

5. (क) 5 (ख) 90

6. (क) 600 रुपियाँ (ख) 400 रुपियाँ

7. 5 kg, 20 kg

8. कालोपत्रे भएको बाटोको भाग = 12 km, बाँकी भाग = 6 km

4.4.2 भिन्नलाई भिन्नले गुणन (Multiplication of fraction by a fraction)

उदाहरण 1

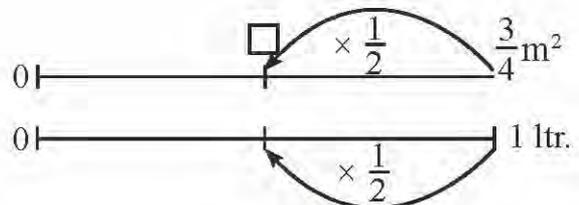
1 litre रडले $\frac{3}{4}m^2$ मा रड लगाउन पुग्छ भने $\frac{1}{2}$ litre रडले कति m^2 मा रड लगाउन पुग्छ ?

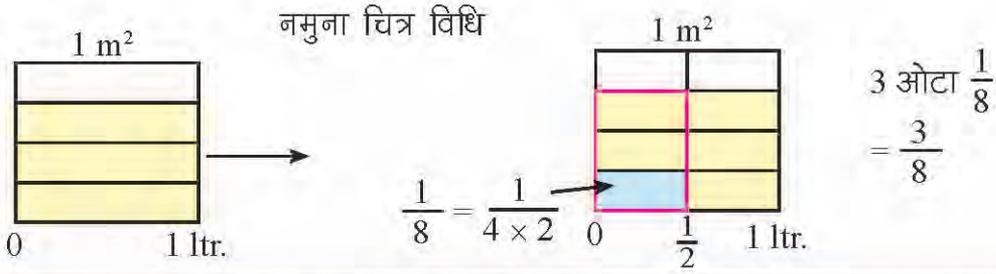
समाधान

यसलाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} m^2$ मा रड लगाउन पुग्छ

$$= \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$





भिन्नलाई भिन्नले गुणन गर्दा अंशलाई अंशले गुणन गरी आएको गुणनफललाई अंशमा र हरले हरलाई गुणन गरी आएको गुणनफललाई हरमा राखी नयाँ भिन्न बनाइन्छ ।

उदाहरण 2

गुणन गर्नुहोस् : $\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$

समाधान

$$= \frac{3 \times 5}{5 \times 6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

उदाहरण 3

मान निकाल्नुहोस् : $\frac{1}{2}$ kg को $\frac{3}{4}$ भाग

समाधान

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \text{ kg को } \frac{3}{4} \text{ भाग} \\ &= \frac{1}{2} \text{ kg} \times \frac{3}{4} \\ &= \left(\frac{1 \times 3}{2 \times 4} \right) \text{ kg} = \left(\frac{3}{8} \right) \text{ kg} \\ &= \frac{3}{8} \times 1000 \text{ gm} \quad [\because 1 \text{ kg} = 1000 \text{ gm}] \\ &= 375 \text{ gm} \end{aligned}$$

अभ्यास 4.4.2

1. गुणफल निकाल्नुहोस् :

(क) $\frac{4}{5} \times \frac{3}{8}$

(ख) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

(ग) $2\frac{1}{7} \times 2\frac{4}{9}$

2. खडोसले आफ्नो कोठाको भित्तामा रङ्गीन कागज टाँस्न चाहन्छन् । एक प्याकेट

कागजले $\frac{3}{4}m^2$ मा टाँस्न पुगछ भने आधा प्याकेटले कति m^2 मा कागज टाँस्न पुगछ ?

3. सउटा खरबुजाको तौल $6\frac{2}{3}$ kg छ भने $5\frac{1}{2}$ ओटा खरबुजाको जम्मा तौल कति होला ?
4. सउटा कारमा एक घण्टा यात्रा गर्न $2\frac{1}{5}$ litre पेट्रोल आवश्यक पर्छ भने $5\frac{2}{5}$ घण्टा यात्रा गर्नका लागि कति litre पेट्रोलको आवश्यकता पर्ला ?
5. सउटा गिलासमा $\frac{3}{4}$ भाग दुध थियो । राजुले त्यसमध्ये $\frac{2}{3}$ भाग दुध पिएछन् भने
 - (i) कति भाग दुध पिएछन् ?
 - (ii) गिलासमा अब कति भाग दुध बाँकी रहेछ ?

परियोजना कार्य

सउटा आयतकार कागजलाई पट्यासर भिन्नहरू $\frac{3}{4}$ र $\frac{2}{3}$ को गुणनफल पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

उत्तर

1. $\frac{3}{10}$
2. (क) $\frac{3}{10}$ (ख) $\frac{1}{15}$ (ग) $5\frac{5}{21}$
3. $36\frac{2}{3}$ kg
4. (क) $11\frac{22}{25}$
5. (i) $\frac{1}{2}$ गिलास (ii) $\frac{1}{4}$ गिलास

4.5 भिन्नको भाग (Division of fractions)

4.5.1 भिन्नलाई पूर्ण सङ्ख्याले भाग (Division of fraction by whole number)

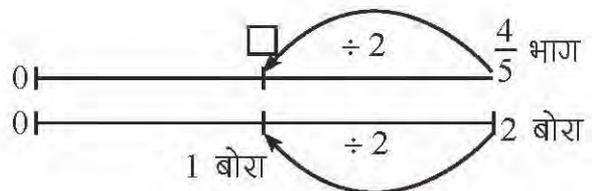
उदाहरण 1

2 बोरा मलले एक जना किसानको खेतको $\frac{4}{5}$ भागमा छर्न पुगछ भने 1 बोरा मलले सो खेतको कति भागमा छर्न पुगछ ?

समाधान

यसलाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$\begin{aligned} & \frac{4}{5} \div 2 \\ & = \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right) \div \left(2 \times \frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

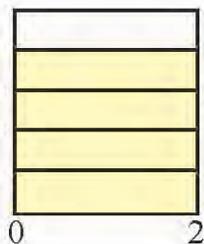


$$= \frac{4}{5 \times 2} \div 1$$

$$= \frac{4}{5 \times 2}$$

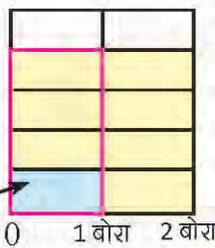
$$= \frac{4}{10}$$

$$= \frac{2}{5}$$



नमुना चित्रण विधि

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{5 \times 2}$$



$$\begin{aligned} & 4 \text{ ओटा } \frac{1}{5 \times 2} \\ &= \frac{4}{5 \times 2} \\ &= \frac{4}{10} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

भिन्नलाई पूर्ण सङ्ख्याले भाग गर्दा भाग (\div) चिह्नलाई गुणन (\times) चिह्नमा बदली भाजकलाई व्युत्क्रम गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 2

भाग गर्नुहोस् :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \div 2 \\ &= \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\right) \div \left(2 \times \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3 \times 2} \div 1 \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

अर्को तरिका,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \div 2 \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{3 \times 2} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

भाग चिह्नलाई गुणन चिह्नमा बदलेर भाजकको व्युत्क्रम (reciprocal) गरेको ।

उदाहरण 3

भाग गर्नुहोस् :

$$\begin{aligned} & 1\frac{2}{5} \div 6 \\ &= \frac{7}{5} \div 6 \\ &= \frac{7}{5} \times \frac{1}{6} \\ &= \frac{7 \times 1}{5 \times 6} \\ &= \frac{7}{30} \end{aligned}$$

भाग चिह्नलाई गुणन चिह्नमा बदलेर भाजकको व्युत्क्रम (reciprocal) गरेको ।

4.5.2 भिन्नलाई भिन्नले भाग (Division of a fraction by another fraction)

उदाहरण 1

एउटा ढोकाको $\frac{3}{5}$ भागमा रड लगाउन $\frac{1}{3}$ litre रड लाग्छ भने 1 litre रडले उक्त ढोकाको कति भागमा रड लगाउन पुग्छ ?

समाधान

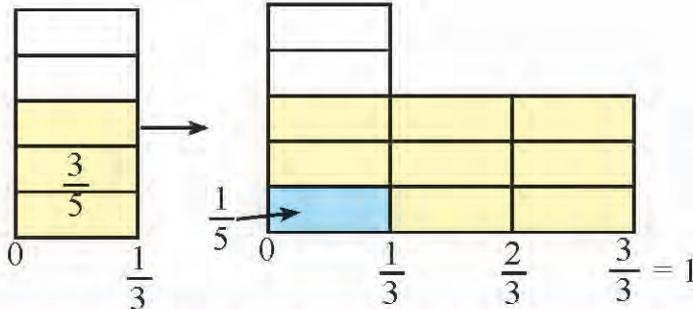
गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{1} \div \frac{1}{3} \times \frac{3}{1}$$

$$= \frac{3 \times 3}{5 \times 1} \div 1$$

$$= \frac{9}{5}$$



$$\begin{aligned} & 3 \text{ ओटा } \frac{3}{5} \\ & 3 \times 3 \text{ ओटा } \frac{1}{5} \\ & = 9 \text{ ओटा } \frac{1}{5} \\ & = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

एउटा भिन्नलाई अर्को भिन्नले भाग गर्दा भाग (\div) चिह्नलाई गुणन (\times) चिह्नमा बदली भाजक भिन्नको व्युत्क्रम गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 2

भागफल निकाल्नुहोस् : $3\frac{5}{9} \div 2\frac{2}{3}$

समाधान

$$3\frac{5}{9} \div 2\frac{2}{3}$$

$$= \frac{32}{9} \div \frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{32}{9} \times \frac{3}{8} \\
 &= \frac{4}{3} \\
 &= 1\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$\frac{8}{3}$ लाई $\frac{3}{8}$ बनाई $\frac{32}{5}$ ले गुणन गरेको

उदाहरण 3

भाग गर्नुहोस् $6 \div 1\frac{1}{5}$

समाधान

$$\begin{aligned}
 6 \div \frac{6}{5} &= 6 \times \frac{5}{6} \\
 &= \frac{5}{1} = 5
 \end{aligned}$$

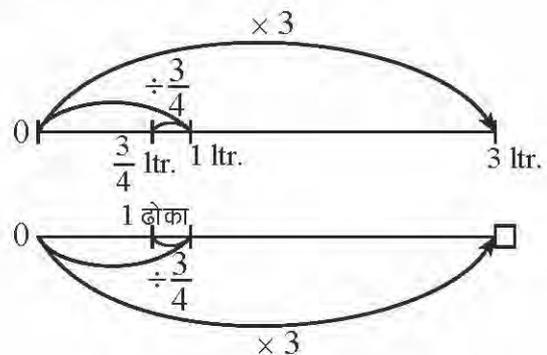
उदाहरण 4

मोहनले घरका ढोकाहरू रङ्गाउनका लागि 3 लिटर रङ किनेर ल्याएछन् । यदि एउटा ढोका रङ्गाउन एक लिटरको $\frac{3}{4}$ भाग रङ लाग्छ भने 3 लिटर रङले कतिओटा ढोकाहरू रङ्गाए होलान् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$\begin{aligned}
 &\left(1 \div \frac{3}{4}\right) \times 3 \\
 &= \left(1 \times \frac{4}{3}\right) \times 3 \\
 &= \frac{4}{3} \times 3 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$



अभ्यास 4.5

1. भाग गर्नुहोस् ।

(क) $\frac{1}{3} \div 5$

(ख) $\frac{1}{4} \div 3$

(ग) $\frac{1}{2} \div 10$

(घ) $\frac{2}{5} \div 12$

(ङ) $20 \div \frac{4}{7}$

(च) $4 \div \frac{1}{2}$

(छ) $8 \div \frac{2}{3}$

(ज) $5 \div \frac{3}{5}$

2. हिसाब गर्नुहोस् :

(क) $\frac{18}{13} \div \frac{9}{8}$ (ख) $\frac{32}{7} \div \frac{16}{7}$ (ग) $3\frac{5}{7} \div 2\frac{5}{7}$ (घ) $4\frac{4}{5} \div 2\frac{2}{15}$

3. सन्तोषले तरकारी खेती गर्ने जग्गा खन्न 15 जना मानिस बोलाएछन् । उनीहरूले 1 दिनमा $\frac{3}{4}$ भाग मात्र खन्न सकेछन् भने एक जना मानिसले उक्त जग्गाको कति भाग खनेको रहेछ ?

4. टोल सुधार समितिले आफ्नो टोलको बाटोमा इँटा छाप्न चाहन्छन् । एक ट्रकको $\frac{1}{3}$ भाग इँटाले बाटोको $\frac{2}{7}$ भागमा छाप्न पुग्छ भने एक ट्रक इँटाले उक्त बाटोको कति भागमा इँटा छाप्न पुग्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. 25 मिटर लामो डोरीबाट $\frac{5}{6}$ मिटर लम्बाइ भएका टुक्राहरू काटिए भने जम्मा कति टुक्रा बन्लान् ?

6. एउटा सानो भ्यालका लागि $\frac{3}{4}$ मिटरको पर्दा चाहिन्छ भने 30 मिटर लामो कपडाको थानबाट कतिओटा भ्यालमा पर्दा हाल्न सकिन्छ ?

7. 20 लिटर दुधलाई $1\frac{1}{4}$ लिटर अट्ने सिसीमा भरी राख्दा कतिओटा सिसीमा भर्न सकिएला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

8. $41\frac{1}{2}$ लिटर तेललाई $\frac{1}{2}$ लिटर अट्ने भाँडामा भरी राख्दा उही क्षमताका कतिओटा भाँडा भर्न सकिएला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

9. $3\frac{1}{2}$ बाट $\frac{2}{5}$ घटाएर आएको मानलाई $\frac{1}{2}$ ले भाग गरी $1\frac{1}{2}$ ले गुणन गर्दा कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

1. (क) $\frac{1}{15}$ (ख) $\frac{1}{12}$ (ग) $\frac{1}{20}$ (घ) $\frac{1}{30}$

(ङ) 35 (च) 8 (छ) 12 (ज) $\frac{25}{3}$

2. (क) $1\frac{3}{13}$ (ख) 2 (ग) $1\frac{7}{19}$ (घ) $\frac{9}{4}$

3. $\frac{1}{20}$ 4. $\frac{6}{7}$ 5. 30 6. 40

7. 16 8. 83 9. $9\frac{3}{10}$

दशमलव (Decimal)

5.0 पुनरवलोकन (Review)

तल दिइएका भिन्न तथा दशमलवका जोडीहरूको योगफल र फरक पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (क) 0.34 र $\frac{23}{100}$ (ख) 2.55 र $\frac{42}{100}$ (ग) 3.75 र $\frac{212}{100}$ (घ) 23.97 र $\frac{1237}{1000}$

के माथिका सबै भिन्न र दशमलवहरू जोड वा घटाउ गर्न सकिन्छ ? तिनीहरूको जोड वा घटाउ गर्न के के गर्नुपर्दछ ? साथी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

दशमलव र दशमलव भिन्न जोड्न वा घटाउनका लागि दुवैलाई एउटै ढाँचा दशमलव वा दशमलव भिन्नमा रूपान्तरण गर्नुपर्दछ ।

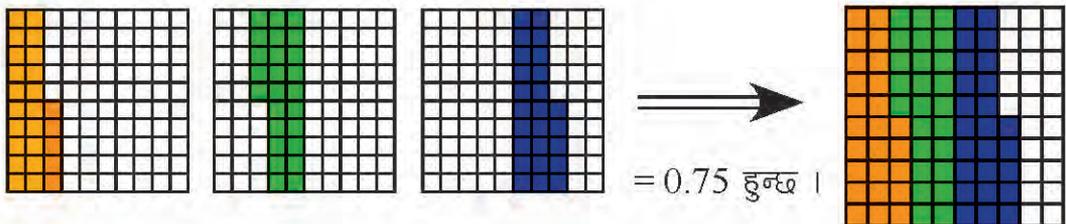
5.1 दशमलव सङ्ख्याको गुणन (Multiplication of decimal numbers)

5.1.1 दशमलव सङ्ख्यालाई पूर्णसङ्ख्याले गुणन (Multiplication of decimal number by a whole number)

क्रियाकलाप 1

पारदर्शी कागजको प्रयोग गरी 0.25 लाई पूर्णाङ्क 3 ले गुणन गरेर देखाउनुहोस् ।

समान आकारका तीनओटा पारदर्शी कागजका टुक्राहरू लिनुहोस् र चित्रमा देखाइए भैं प्रत्येक कागजको 0.25 भागमा छाया पार्नुहोस् । अब तीनओटै टुक्राहरू खप्ट्याउनुहोस् । खप्ट्याउँदा छाया परेको भागलाई भिन्नमा लेख्नुहोस् ।



जोडको दोहोरिस्को रूपमा गुणनलाई प्रस्तुत गर्दा,

$$0.25 \times 3 = 0.25 + 0.25 + 0.25 = 0.75 \text{ हुन्छ ।}$$

तसर्थ, $0.25 \times 3 = 0.75$ हुन्छ ।

पूर्ण सङ्ख्याले दशमलव सङ्ख्यालाई गुणन गर्दा सुरुमा दशमलव बिन्दु नभएको ठानी गुणन गर्नुपर्छ । दिइएको दशमलव सङ्ख्यामा दशमलव बिन्दु पछाडि जति अङ्क छ सोहीअनुसार आएको गुणनफलमा दायाँदेखि त्यति नै अङ्क छोडेर दशमलव बिन्दु राख्नुपर्दछ । 0.25×3 मा दिइएको दशमलव सङ्ख्यामा दायाँदेखि दुई अङ्क पछाडि दशमलव बिन्दु दिइएकाले यसको गुणनफल 0.75 मा पनि दशमलव बिन्दु पछाडि दुई अङ्क छ ।

उदाहरण 1

गुणन गर्नुहोस् : 2.45×5

समाधान

यहाँ, 5 ले 2.45 लाई गुणा गर्दा,

$$\begin{array}{r} 2.45 \\ \times 5 \\ \hline 12.25 \end{array}$$

तसर्थ, $2.45 \times 5 = 12.25$

उदाहरण 2

एउटा वर्गाकार रुमालको लम्बाइ 0.62 मिटर छ भने उक्त रुमालको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ, वर्गाकार रुमालको लम्बाइ (l) = 0.62 मिटर

रुमालको परिमिति (P) = ?

हामीलाई थाहा छ, वर्गको परिमिति (p) = $4l = 4 \times 0.62$ मिटर

अतः रुमालको परिमिति (P) = 2.48 मिटर

$$\begin{array}{r} 2 \\ 0.62 \\ \times 4 \\ \hline 2.48 \end{array}$$

5.1.2 दशमलव सङ्ख्याहरूको गुणन (Multiplication of decimal numbers)

क्रियाकलाप 1

दुईओटा दशमलव सङ्ख्याहरू 0.25 र 0.2 लिनुहोस् । यी दशमलव सङ्ख्याहरूको भिन्न लेख्नुहोस् ।

$$\begin{aligned} & \frac{25}{100} \times \frac{2}{10} \\ &= \frac{50}{1000} \\ &= 0.05 \end{aligned}$$

अब, $0.25 \times 0.2 = 0.05$ हुन्छ ।

(क) दशमलवको वास्ता नगरी पूर्णाङ्कको गुणन जस्तै गुणा गर्ने
जस्तै : $25 \times 2 = 50$

(ख) दुवै दशमलव सङ्ख्यामा भएका दशमलव पछाडिका अङ्कहरू जति छन्
गुणनफलमा पछाडिबाट गनेर त्यति नै अङ्कहरू अगाडि दशमलव राख्ने
जस्तै : यहाँ दुवैमा जम्मा दशमलव पछाडि 4 ओटा अङ्क छन् ।
त्यसैले गुणनफल $0.0500 = 0.05$ हुन्छ ।

उदाहरण 3

गुणन गर्नुहोस् : 0.6×2.47

समाधान

	2.47	(दशमलवपछि 2 अङ्क)
यहाँ, $6 \times 247 = 1482$	$\times 0.6$	(दशमलवपछि 1 अङ्क)
तसर्थ, $0.6 \times 2.47 = 1.482$	<hr/> 1.482	(दशमलवपछि 3 अङ्क)

उदाहरण 4

एउटा बगैँचाका बिचमा भएको आयतकार बाटोको लम्बाइ 37.7 मिटर र चौडाइ 2.8 मिटर छ । उक्त बाटोको क्षेत्रफल कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, बाटोको लम्बाइ (l) = 37.7 m

बाटाको चौडाइ (b)	= 2.8 m	
बाटाको क्षेत्रफल (A)	= ?	37.7
हामीलाई थाहा छ, क्षेत्रफल (A) = $l \times b$		× 2.8
		3016
	= $37.7 \text{ m} \times 2.8 \text{ m}$	+ 754
	= 105.56 m^2	105.56

अतः बाटाको क्षेत्रफल (A) = 105.56 m^2

कुनै दशमलव सङ्ख्याहरूलाई 10 वा 10 को घातले गुणन गर्नका लागि तलका नियमहरू अपनाउन सकिन्छ ।

$$10 \times 0.6284 = 6.284 \quad (10 \text{ ले गुणन गर्दा दशमलव 1 एकाइ दायाँ सार्ने})$$

$$100 \times 0.6284 = 62.84 \quad (100 \text{ ले गुणन गर्दा दशमलव 2 एकाइ दायाँ सार्ने})$$

$$1000 \times 0.6284 = 628.4 \quad (1000 \text{ ले गुणन गर्दा दशमलव 3 एकाइ दायाँ सार्ने})$$

$$10,000 \times 0.6284 = 6284 \quad (10,000 \text{ ले गुणन गर्दा दशमलव 4 एकाइ दायाँ सार्ने})$$

$$1,00,000 \times 0.6284 = 62,840 \quad (1,00,000 \text{ ले गुणन गर्दा दशमलव 5 एकाइ दायाँ सार्ने})$$

अभ्यास 5.1

1. तलका दशमलव भिन्नहरूलाई दशमलव सङ्ख्यामा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{10}$	(ख) $\frac{34}{100}$	(ग) $\frac{713}{1000}$	(घ) $\frac{191}{100}$	(ङ) $\frac{3471}{100}$
--------------------	----------------------	------------------------	-----------------------	------------------------

2. गुणन गर्नुहोस् :

(क) 2×2.51	(ख) 5×1.25	(ग) 4×12.67	(घ) 7×0.923
---------------------	---------------------	----------------------	----------------------

(ङ) 9×9.9	(च) 10×8.297	(छ) 100×0.657	(ज) 21×0.21
--------------------	-----------------------	------------------------	----------------------

(झ) 101.03×2.35	(ञ) 232.01×4.2	(ट) 183.31×3.1
--------------------------	-------------------------	-------------------------

(ठ) 530.12×1.52	(ड) 986.41×1.02	(ढ) 555.76×5.05
--------------------------	--------------------------	--------------------------

3. तलका प्रश्नको समाधान गर्नुहोस् :

- (क) एन्जिलासँग 3.75 इन्चका तीनओटा राता रङका रङ्गीन सिसाकलम छन् । उनीसँग भएका राता रङका रङ्गीन सिसाकलमको जम्मा लम्बाइ कति होला ?
- (ख) एउटा वर्गाकार खेतको लम्बाइ 8.45 मिटर छ भने उक्त खेतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ग) लम्बाइ 7.25 मिटर र चौडाइ 5.13 मिटर भएको आयतकार बगैँचाको परिमिति कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (घ) एउटा रूलरको मूल्य रु. 25.50 पर्दछ भने 10 ओटा रूलरको जम्मा मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर

1. (क) 0.3 (ख) 0.34 (ग) 0.713 (घ) 1.91 (ङ) 34.71
2. (क) 5.02 (ख) 6.25 (ग) 50.28 (घ) 6.46 (ङ) 89.10
- (च) 82.97 (छ) 65.70 (ज) 4.41 (झ) 237.42 (ञ) 974.44
- (ट) 568.26 (ठ) 805.78 (ड) 1006.14 (ढ) 2806.59
4. (क) 11.25 in (ख) 31.8 m (ग) 24.76 m (घ) Rs. 255

5.2 दशमलव सङ्ख्याको भाग (Division of the decimal number)

क्रियाकलाप 1

12 ओटा रेफ्रिजेरेटरको तौल 1229.4 किलोग्राम छ । यदि सबै रेफ्रिजेरेटरको तौल बराबर छ भने एउटा रेफ्रिजेरेटरको तौल कति होला ? यो समस्या समाधान गर्न कुन गणितीय क्रिया गर्नुपर्दछ ? छलफल गर्नुहोस् ।

एउटा रेफ्रिजेरेटरको तौल 102.45 kg रहेछ ।

भाग गरेको मिले/नमिलेको जाँच,

भाजक × भागफल = भाज्य गरेर हेर्न सकिन्छ ।

$$\begin{array}{r}
 102.45 \\
 12 \overline{)1229.4} \\
 \underline{-12} \\
 29 \\
 \underline{-24} \\
 54 \\
 \underline{-48} \\
 60 \\
 \underline{-60} \\
 0
 \end{array}$$

उदाहरण 1

$$17.40 \div 4$$

समाधान

$$\begin{array}{r} 4 \overline{)17.40} (4.35 \\ \underline{-16} \\ 14 \\ \underline{-12} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

(क) पहिले पूर्ण सङ्ख्याले पूर्ण सङ्ख्यालाई भाग गर्ने । त्यसपछि दशमलवपछिको 4 लाई तल भाग्नै बित्तिकै भागफलमा दशमलव बिन्दु राख्ने

(ख) 14 लाई 4 ले भाग गर्ने र भागफल दशमलव बिन्दुपछि राख्ने

(ग) 14 र 12 को घटाउ फलको पछाडि 0 थप्ने र 20 लाई 4 ले भाग गर्ने

अर्को तरिका,

$$\begin{aligned} &17.40 \div 4 \\ &= 17.40 \times 100 \div 4 \times 100 \\ &= 1740 \div 400 \\ &= 4.35 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 400 \overline{)1740} (4.35 \\ \underline{-1600} \\ 1400 \\ \underline{-1200} \\ 2000 \\ \underline{-2000} \\ 0 \end{array}$$

उदाहरण 2

$$\text{भाग गर्नुहोस् : } 149.04 \div 12$$

समाधान

यहाँ, $149.04 \div 12$

$$\begin{array}{r} 12 \overline{)149.04} (12.42 \\ \underline{-12} \\ 29 \\ \underline{-24} \\ 50 \\ \underline{-48} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ 0 \end{array}$$

त्यसकारण, $149.04 \div 12 = 12.42$

उदाहरण 3

भाग गर्नुहोस् । $0.5850 \div 18$

समाधान

यहाँ, $0.5850 \div 18$

$$\begin{array}{r} 18 \overline{)0.5850} \quad (0.0325 \\ \underline{-54} \\ 45 \\ \underline{-36} \\ 90 \\ \underline{-90} \\ 0 \end{array}$$

(क) दशमलव अगाडि कुनै अङ्क नभएकाले भागफलमा 0 दशमलव बिन्दु राख्ने

(ख) 5 लाई 18 ले भाग नजाने भएपछि दशमलवपछि 0 थप्ने र 58 लिने

त्यसकारण, $0.5850 \div 18 = 0.325$

नोट : कुनै दशमलव सङ्ख्याहरूलाई 10 वा 10 को घातले भाग गर्नका लागि तलका नियमहरू अपनाउन सकिन्छ,

$232.59 \div 10 = 23.259$	(10 ले भाग गर्दा दशमलव 1 एकाइ बायाँ सार्ने)
$232.59 \div 100 = 2.3259$	(100 ले भाग गर्दा दशमलव 2 एकाइ बायाँ सार्ने)
$232.59 \div 1000 = .23259$	(1000 ले भाग गर्दा दशमलव 3 एकाइ बायाँ सार्ने)
$232.59 \div 10000 = 0.023259$	(10,000 ले भाग गर्दा दशमलव 4 एकाइ बायाँ सार्ने)

अभ्यास 5.2

1. भाग गर्नुहोस् :

(क) $183.31 \div 10$	(ख) $288.012 \div 12$	(ग) $121.77 \div 11$
(घ) $530.1 \div 100$	(ङ) $966.45 \div 15$	(च) $557.825 \div 25$

2. तलका समस्या समाधान गर्नुहोस् :

- (क) 10 मिनेटमा 7.5 km मोटरसाइकल यात्रा गर्ने मानिसले एक मिनेटमा कति यात्रा गर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) सउटा वर्गाकार खेतको परिमिति 48.64 m छ भने त्यस खेतको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (ग) सडटा आयताकार खेतको क्षेत्रफल 248.64 m^2 र यसको लम्बाइ 16 m भए चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (घ) 2.85 kg तौल भएको काउलीको मूल्य रु. 171 भए 1 kg काउलीको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

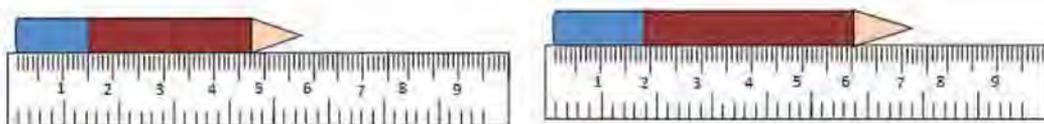
उत्तर

1. (क) 18.33 (ख) 24 (ग) 11.07 (घ) 5.30 (ङ) 64.43 (च) 22.31
2. (क) 0.75 km (ख) 12.16 m (ग) 15.54 m (घ) $\text{Rs. } 60$

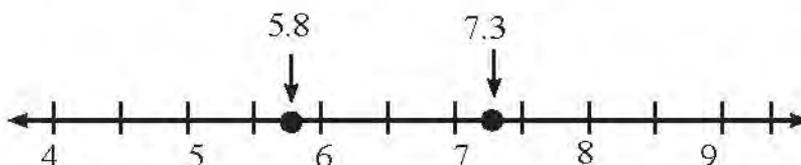
5.3 दशमलव सङ्ख्याको शून्यान्त (Rounding off of decimal number)

क्रियाकलाप 1

दिइएका दुई सिसाकलमको लम्बाइ कति से.मि. छ, लेख्नुहोस् ।



पहिलो सिसाकलमको नाप 5.8 cm छ र दोस्रो सिसाकलमको नाप 7.3 cm छ । नजिकको पूर्णाङ्कमा हेर्दा पहिलो 5.8 cm पूर्णाङ्क 6 को नजिक छ भने 7.3 cm पूर्णाङ्क 7 को नजिक छ । तसर्थ माथिका सिसाकलमहरूको नाप क्रमशः लगभग 6 cm र 7 cm भन्न सकिन्छ । यसलाई दशमलव सङ्ख्याको शून्यान्त भनिन्छ । किनकि 5 र 6 का बिचमा 5.8 छ र यो 5 भन्दा 6 को नजिक छ । त्यस्तै, 7 र 8 का बिचमा 7.3 छ र यो 8 भन्दा 7 को नजिक छ ।



तसर्थ, शून्यान्तमा लेख्दा $5.8 \text{ cm} \approx 6 \text{ cm}$ र $7.3 \text{ cm} \approx 7 \text{ cm}$ लेखिन्छ ।

कुनै पनि परिणामलाई सबैभन्दा नजिकको स्थानमा व्यक्त गर्ने तरिकालाई शून्यान्त (Rounding off) भनिन्छ, जस्तै : $23.67 \approx 23.70$ हुन्छ ।

शून्यान्त गर्ने तरिका

- (क) यदि शून्यान्त गर्ने स्थानको अङ्क 5 भन्दा सानो छ भने त्यसलाई 0 बनाउने ।
जस्तै : 3.573 लाई तेस्रो दशमलव स्थानमा शून्यान्त गर्दा 3.570 ले लेखिन्छ ।
अर्थात्, $3.573 \approx 3.570$ हुन्छ ।
- (ख) यदि शून्यान्त गर्ने स्थानको अङ्क 5 वा 5 भन्दा ठुलो छ भने त्यसलाई 0 बनाउने र त्योभन्दा अगिल्लो (बायाँ) स्थानमा भएको अङ्कमा 1 थपेर लेख्ने ।
जस्तै : 92.637 लाई तेस्रो दशमलव स्थानमा शून्यान्त गर्दा 92.640 लेखिन्छ, अर्थात्, $92.637 \approx 92.640$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

तल दिइएका सङ्ख्याहरूलाई दशमलवको (क) तेस्रो (ख) दोस्रो र (ग) पहिलो स्थानमा शून्यान्त गर्नुहोस् :

(1) 7.563

(2) 67.328

समाधान

1. यहाँ, 7.563

(क) दशमलवको तेस्रो स्थानमा 3 छ $3 < 5$ भएकाले $7.563 \approx 7.560$

(ख) दशमलवको दोस्रो स्थानमा 6 छ $6 > 5$ भएकाले $7.563 \approx 7.60$

(ग) दशमलवको पहिलो स्थानमा 5 छ $5 = 5$ भएकाले $7.563 \approx 8.0$

2. यहाँ, 67.328

(क) दशमलवको तेस्रो स्थानमा 8 छ $8 > 5$ भएकाले $67.328 \approx 67.330$

(ख) दशमलवको दोस्रो स्थानमा 2 छ $2 < 5$ भएकाले $67.328 \approx 67.30$

(ग) दशमलवको पहिलो स्थानमा 3 छ $3 < 5$ भएकाले $67.328 \approx 67.0$

अभ्यास 5.3

1. तलका सङ्ख्याहरूलाई दशमलवको तेस्रो, दोस्रो र पहिलो स्थानमा शून्यान्त गर्नुहोस् :

(i) 5.6342

(ii) 23.472

(iii) 45.736

(iv) 78.862

(v) 0.917

(vi) 36.727

(vii) 104.983

(viii) 0.8624

2. तलका समस्या समाधान गर्नुहोस् :

- (क) एउटा डिजिटल तराजुमा जोख्दा कुनै वस्तुको मूल्य रु. 346.72 देखाउँछ भने कति रुपियाँ तिर्नुपर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ख) एउटा घनाकार ट्याङ्कीको आयतन 345.543 ft^3 छ भने,
(i) सो ट्याङ्कीको आयतन पूर्णाङ्कमा कति हुन्छ ?
(ii) सो ट्याङ्कीको आयतनलाई दशमलवको दोस्रो स्थानमा शून्यान्त गर्नुहोस् ।
- (ग) 4 ओटा सयपत्री फूलको मालाको जम्मा मूल्य रु. 275 पर्छ भने एउटा फूलको मालाको कति रुपियाँ पर्ला ? दशमलवको एक स्थानमा शून्यान्त गर्नुहोस् ।

3. (क) सबैले आफूसँग भएका साइनपेन, सिसाकलम र बेन्चको लम्बाइ cm मा नाप्नुहोस् ।

- (ख) उक्त बेन्चको लम्बाइलाई सिसाकलमको लम्बाइले भाग गर्नुहोस् ।
- (ग) बेन्चको लम्बाइ र सिसाकलमको लम्बाइलाई पूर्णाङ्कमा शून्यान्त गर्नुहोस् ।
- (घ) शून्यान्तपछिको सिसाकलमको लम्बाइले बेन्चको लम्बाइलाई भाग गर्नुहोस् ।
- (ङ) (ख) को र (घ) को नतिजा तुलना गर्नुहोस् ।
- (च) चित्रसहित माथिको कार्यलाई प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

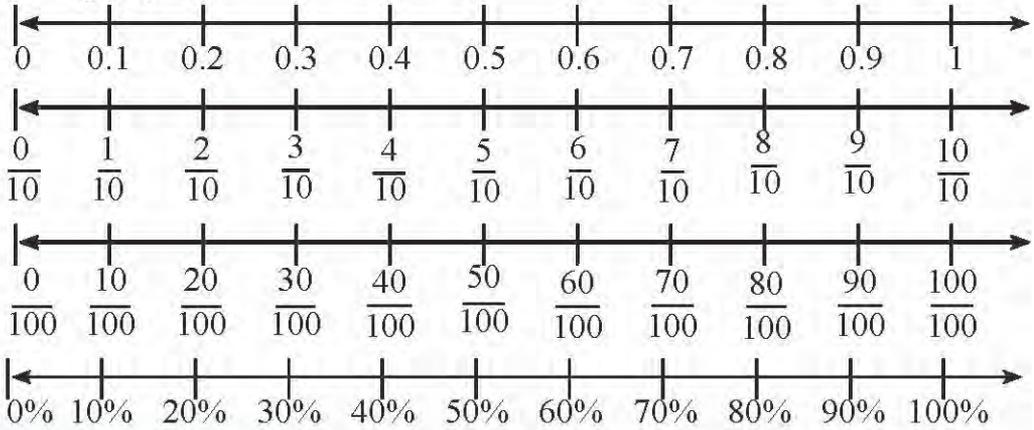
उत्तर

शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

6.1 भिन्न, दशमलव र प्रतिशतको सम्बन्ध (Relationship between fraction decimal and percentage)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएका सङ्ख्या रेखाहरू अवलोकन गरी दशमलव, भिन्न र प्रतिशतका सम्बन्धमा छलफल गर्नुहोस् :



भिन्न वा दशमलवलाई प्रतिशतमा बदल्दा 100 ले गुणन गरी % चिह्न राख्नुपर्दछ ।
प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्दा 100 ले भाग गरी % चिह्न लाई हटाउनुपर्दछ ।

उदाहरण 1

$\frac{2}{5}$ लाई प्रतिशतमा लेख्नुहोस् :

समाधान

पहिलो तरिका,

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 100}{5 \times 100} = \frac{40}{100} = 40\%$$

तेस्रो तरिका,

यहाँ, $\frac{2}{5}$ भनेको,

5 भागमा 2 भाग

\therefore 1 भागमा $\frac{2}{5}$ भाग

\therefore 100 भागमा $= \frac{2}{5} \times 100 = 40$ भाग

$\therefore \frac{2}{5} = 40\%$

दोस्रो तरिका,

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\%$$

यहाँ $\frac{2}{5}$ को हरलाई 100 बनाउन अंश र हर दुवैलाई 20 ले गुणन गरेको

उदाहरण 2

8% लाई भिन्नमा व्यक्त गरी लघुतम पदमा रूपान्तर गर्नुहोस् :

समाधान

$$8\% = \frac{8}{100} = \frac{2 \times 2 \times 2}{25 \times 2 \times 2} = \frac{2}{25}$$

8% भनेको 100 भागमा 8 भाग हो ।

6.2 प्रतिशतसम्बन्धी समस्याहरू (Problems related to percentage)

क्रियाकलाप 2

दिइएको अवस्था अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् र निष्कर्ष निकाल्नुहोस् । हिमालयन माध्यमिक विद्यालयमा कक्षा 6 मा 50 जना विद्यार्थीहरू छन् । जसमध्ये 60% छात्राहरू रहेछन् भने

(क) छात्राको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ख) छात्रको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ग) कति प्रतिशत छात्र रहेछन् ?

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = 50

पूरा प्रतिशत = 100%

$$\begin{aligned} \text{(क) छात्राको सङ्ख्या} &= 50 \text{ को } 60\% \\ &= 50 \times \frac{60}{100} \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख) छात्रको सङ्ख्या} &= \text{जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या} - \text{छात्राको सङ्ख्या} \\ &= 50 - 30 \\ &= 20 \text{ जना} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ग) छात्र प्रतिशत} &= \frac{20}{50} \times 100\% \\ &= 40\% \end{aligned}$$

नमुना चित्रण विधि

छात्रा छात्र

60%	40%
-----	-----

$$\begin{aligned} \text{(क) छात्राको सङ्ख्या} &= 50 \text{ जनाको } 60\% \\ &= 50 \text{ जनाको } \frac{60}{100} \text{ भाग} \\ &= 30 \text{ जना} \\ \text{(ख) छात्रको प्रतिशत} &= 100 - 60 \\ &= 40\% \\ \text{(ग) छात्रको सङ्ख्या} &= 50 - 30 \\ &= 20 \text{ जना} \end{aligned}$$

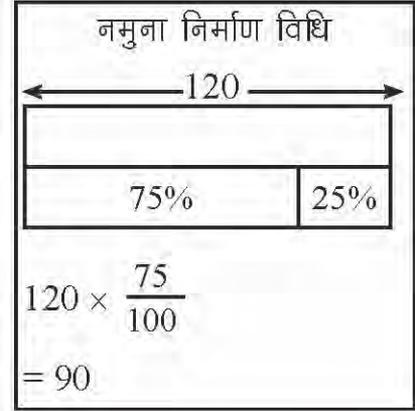
उदाहरण 3

रु. 120 को 75% कति हुन्छ ?

समाधान

$$\begin{aligned} & \text{रु. 120 को 75\%} \\ & = \text{रु. } 120 \times \frac{75}{100} \\ & = \text{रु. } \frac{9000}{100} \\ & = \text{रु. } 90 \end{aligned}$$

∴ रु. 120 को 75% ले रु. 90 हुन्छ ।



उदाहरण 4

कक्षा 6 मा 50 जना विद्यार्थीहरू थिए । तीमध्ये 8 जना अनुपस्थित भएकाले कति प्रतिशत विद्यार्थी अनुपस्थित भएछन् ? कति प्रतिशत विद्यार्थी उपस्थित भएका रहेछन् ?

समाधान

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = 50

अनुपस्थित सङ्ख्या = 8

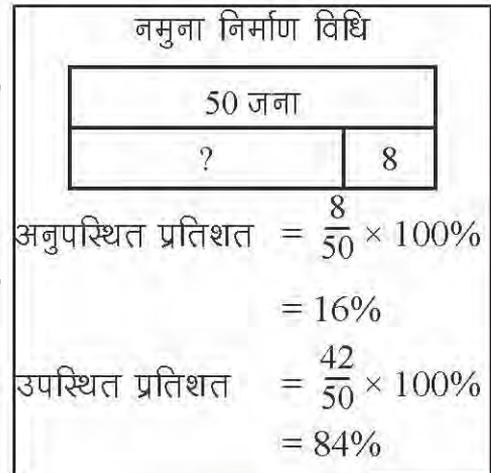
अनुपस्थित विद्यार्थीका प्रतिशत = ?

उपस्थित विद्यार्थीका सङ्ख्या = 50 - 8 = 42

अब,

$$\begin{aligned} \text{अनुपस्थित विद्यार्थीको प्रतिशत} &= \frac{8}{50} \times 100\% \\ &= 8 \times 2\% \\ &= 16\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{उपस्थित विद्यार्थीको प्रतिशत} &= \frac{42}{50} \times 100\% \\ &= 42 \times 2\% \\ &= 84\% \end{aligned}$$



अभ्यास 6

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (\checkmark) र बेठिक भए (\times) चिह्न लगाउनुहोस् ।
 - 100 भागमा 25 भागलाई 25% भनिन्छ ।
 - $\frac{3}{4}$ लाई प्रतिशतमा लेख्दा 25% हुन्छ ।
 - 0.45% लाई लघुत्तम पदमा लेख्दा $\frac{9}{20}$ हुन्छ ।
 - भिन्न वा दशमलवलाई प्रतिशतमा बदल्दा 100 ले भाग गरी % चिह्न राख्नुपर्दछ ।
- तलका प्रत्येक प्रतिशतलाई भिन्नमा व्यक्त गरी लघुत्तम पदमा रूपान्तरण गर्नुहोस् ।
 - 22%
 - 57%
 - 63%
 - 1.5%
 - 0.5%
- तल दिइएका भिन्न र दशमलवलाई प्रतिशतमा व्यक्त गर्नुहोस् ।
 - $\frac{2}{5}$
 - $\frac{3}{20}$
 - 0.45
 - 1.8
 - 0.03
- तल दिइएका अवस्थाहरूको मान निकाल्नुहोस् ।
 - रु. 400 को 85% कति हुन्छ ?
 - रु. 1500 को 20% कति हुन्छ ?
 - 1000 l को 25% कति हुन्छ ?
 - 2 km को 15% कति हुन्छ ?
 - 1280 m को 75% कति हुन्छ ?
- 500 विद्यार्थीहरूमध्ये 200 विद्यार्थीहरूले फुटबल खेल्न मन पराए भने
 - फुटबल खेल्न मन पराउने विद्यार्थी कति प्रतिशत रहेछन् ?
 - फुटबल खेल्न मन नपराउने विद्यार्थी कति प्रतिशत रहेछन् ?
- 2 km सडकमध्ये 500 m सडक कालोपत्रे गरिएको छ भने कति प्रतिशत सडक कालोपत्रे गरिएको रहेछ ?
- एउटा विद्यालयमा 800 जना विद्यार्थीले “खेलकुद सप्ताह” मा विभिन्न खेलहरूमा भाग लिएछन् । तीमध्ये 20% ले स्वर्ण पदक, 30% ले रजत पदक र 35% ले कांस्य पदकको मेडल पाएछन् भने,
 - कति जना विद्यार्थीले स्वर्ण पदक पाएछन् ?
 - कति जना विद्यार्थीले रजत पदक पाएछन् ?
 - कति जनाले कांस्य पदक पाएछन् ?

परियोजना कार्य

आफू अध्ययन गर्ने विद्यालयको कक्षागत रूपमा छात्राको सङ्ख्या, छात्रको सङ्ख्या र जम्मा सङ्ख्या टिपोट गर्नुहोस् । प्रत्येक कक्षाका छात्रा र छात्र विद्यार्थीहरूको प्रतिशत निकाल्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1 देखि 3 सम्मका उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

4. (क) रु. 340 (ख) रु. 300 (ग) 250/ (घ) 300 m (ङ) 960
5. (क) 60% (ख) 40%
6. 25%
7. (क) 160 (ख) 240 (ग) 280 (घ) 15%

नाफा र नोक्सान (Profit and Loss)

7.0 पुनरवलोकन (Review)

दुईओटा पसलहरूमा उस्तै र उत्रै फुटबलको बिक्री मूल्य देखाइएको छ । उक्त तालिकाको अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नहरूको छलफलबाट निष्कर्ष निकाल्नुहोस् :

पसल A	पसल B
	
मूल्य - रु 2000	मूल्य - रु 1875

- पसल A मा फुटबलको मूल्य कति छ ?
- पसल B मा फुटबलको मूल्य कति छ ?
- कुन पसलमा फुटबल महँगो रहेछ ?
- कुन पसलमा फुटबलको मूल्य कतिले सस्तो रहेछ ?
- तपाईंले फुटबल किन्नुपरेमा कुन पसलमा किन्नुहुन्छ, किन ?

7.1 नाफा र नोक्सानको परिचय (Introduction to profit and loss)

क्रियाकलाप 1

तलको अवस्थाको अध्ययन गरी दिइएका प्रश्नहरूमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

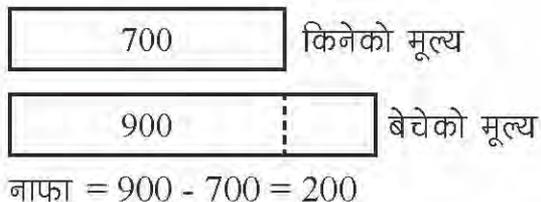
हर्कमानले भोलाको व्यापार गर्दछन् । उनले होलसेल पसलबाट 700 रुपियाँका दरले भोलाहरू किनेर ल्याएछन् । तिनीहरूमध्ये एउटा भोला लाक्पालाई रु. 900 मा बेचेछन् । यसैगरी अर्को



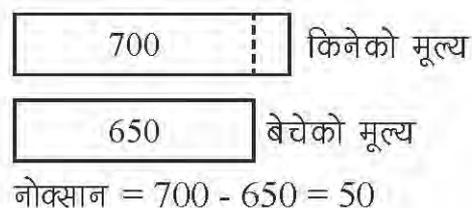
एउटा भोलाको रङ अलि खुइलिसकाले राजुलाई रु. 650 मा बेचेछन् भने -

- (क) पहिलो भोला बेच्दा हर्कमानलाई नाफा वा घाटा के भयो ?
 (ख) दोस्रो भोला बेच्दा हर्कमानलाई नाफा वा घाटा के कति भयो ?
 (ग) दुवै भोलाहरूबाट जम्मा कति नाफा वा घाटा भयो ?

हर्कमानले रु. 700 मा किनेको भोला लाक्पालाई रु. 900 मा बेचेका छ । उनले भोलालाई थोरै मूल्यमा किनेर धेरै मुल्यमा बेचेकाले रु. 200 फाइदा भएको छ ।



त्यसै गरी राजुलाई भोला बेच्दा उनलाई रु. 50 घाटा भएको छ किनकि उनले धेरै मूल्यमा किनेर थोरैमा बेचेका छन् ।

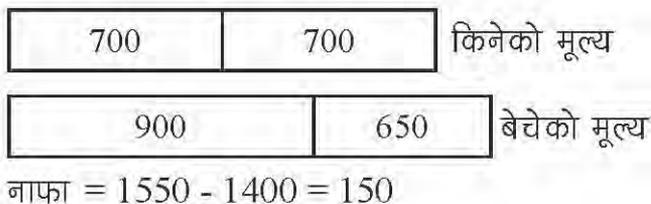


दुईओटा भोलाको जम्मा क्रय मूल्य = रु. 700 + रु. 700
 = रु. 1400

दुईओटा भोलाको जम्मा विक्रय मूल्य = रु. 900 + रु. 650
 = रु. 1550

क्रय मूल्य भन्दा विक्रय मूल्य बढी छ । त्यसैले नाफा हुन्छ ।

नाफा = वि.मू. - क्र.मू.
 = रु. 1550 - रु. 1400
 = रु. 150



∴ दुई भोलाहरू बेच्दा समग्रमा रु. 150 नाफा भएको छ ।

किनेको मूल्यलाई क्रय मूल्य (Cost price) र बेचेको मूल्यलाई विक्रय मूल्य (Selling price) भनिन्छ । किनेको मूल्यभन्दा बेचेको मूल्य बढी भएमा नाफा (Profit) हुन्छ भने किनेको मूल्यभन्दा बेचेको मूल्य थोरै भएमा नोक्सान (Loss)

हुन्छ ।

तसर्थ,

वि.मू (S.P.) > क्र.मू (C.P.) भएमा नाफा हुन्छ ।

नाफा (Profit) = विक्रय मूल्य (Selling price) - क्रय मूल्य (Cost Price)

क्र.मू (C.P.) > वि.मू.(S.P.) भएमा नोक्सान हुन्छ ।

नोक्सान (Loss) = क्रय मूल्य (Cost price) - विक्रय मूल्य (Selling price)

उदाहरण 1

रमेश चौधरीले रु. 18,500 मा किनेको रेफ्रिजेरेटर रु. 22,000 मा बेचेछन् भने उनलाई नाफा वा नोक्सान के भयो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

रेफ्रिजेरेटरको क्रय मूल्य (C.P.) = रु. 18,500

रेफ्रिजेरेटरको विक्रय मूल्य (S.P.) = रु. 22,000

क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य धेरै छ,

त्यसैले नाफा भयो ।

अब, नाफा = विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य
= रु. 22,000 - रु.18500
= रु. 3500

∴ रमेशलाई रु. 3500 नाफा भयो ।

C.P.	18,500
S.P.	22,000
S.P. > C.P., त्यसैले नाफा भयो ।	
नाफा = 22,000 - 18,500 = 3,500	

उदाहरण 2

अनिशाले रु. 2500 मा सट्टा ज्याकेट बेचेदा रु. 200 नाफा भएछ भने सो ज्याकेट कतिमा किनेकी थिइन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

ज्याकेटको वि.मू. = रु. 2500

नाफा रकम = रु. 200

ज्याकेटको क्र.मू. . ?

S.P.	2,500
C.P.	200
C.P. + 200 = 2,500	
C.P. = 2,500 - 200 = रु. 2,300	

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}\text{क्रय मूल्य} &= \text{विक्रय मूल्य} - \text{नाफा} \\ &= \text{रु. } 2500 - \text{रु. } 200 \\ &= \text{रु. } 2300\end{aligned}$$

∴ अनिशाले रु. 2300 मा ज्याकेट किनेकी थिइन् ।

उदाहरण 3

विशालले रु. 24,500 मा किनेको पुरानो मोडेलको सउटा मोबाइललाई रु. 2,000 घाटा सहेर बेचेछन् भने सो मोबाइल कतिमा बेचेको रहेछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मोबाइलको क्रय मूल्य = रु. 24,500

नोक्सान = रु. 2,000

मोबाइलको विक्रय मूल्य = ?

हामीलाई थाहा छ,

वि.मू. = क्र.मू. - नोक्सान

$$= \text{रु. } 24500 - \text{रु. } 2000$$

$$= \text{रु. } 22500$$

∴ विशालले रु. 22500 मा मोबाइल बेचेछन् ।

24,500	c.p.
S.P.	2000
S.P. + 2,000 = 24,500	
S.P. = 24,500 - 2,000 = रु. 22,500	

अभ्यास 7

1. तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :

(क) कुनै पनि वस्तुको किनेको मूल्यभन्दा बेचेको मूल्य बढी छ भने सो अवस्थामा नाफा हुन्छ ।

(ख) विक्रय मूल्यमा नाफालाई जोडदा क्रय मूल्य आउँछ ।

(ग) क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य थोरै भएको अवस्थामा नोक्सान हुन्छ ।

(घ) क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य धेरै भएको अवस्थामा नोक्सान हुन्छ ।

(ङ) कुनै पनि वस्तुको किनेको मूल्यभन्दा बेचेको मूल्य कम छ भने सो अवस्थामा नाफा हुन्छ ।

2. तल दिइएको अवस्थामा नाफा वा नोक्सान के होला ? पत्ता लगाउनुहोस् :

समान	क्रय मूल्य	विक्रय मूल्य
घडी	रु. 7000	रु. 7720
मोबाइल	रु. 9000	रु. 8750
साइकल	रु. 5000	रु. 2750
भोला	रु. 2650	रु. 2900

- हरिनारायणले रु. 65,000 मा किनेको एउटा ल्यापटप रु. 50,000 मा बेचेछन् भने उसलाई कति नाफा वा नोक्सान भएछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- रविले रु. 2050 मा किनेको क्याल्कुलेटर रु. 200 नाफा लियर अनिशालाई बेचेछन् भने सो क्याल्कुलेटर कति रकममा बिक्री गरिएको थियो ?
- सबिनाले एउटा साडी रु. 3500 मा बेच्दा रु. 650 नाफा भयो भने उक्त साडीको क्रय मूल्य कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- ध्रुवले रु. 1000 मा किनेको पेनड्राइभ सुरेन्द्रलाई रु. 250 नाफा लियर बेचेछन् । फेरि सुरेन्द्रले सो पेनड्राइभ वासुलाई रु. 300 नोक्सानमा बेचेछन् भने,
 - ध्रुवले सो पेनड्राइभ सुरेन्द्रलाई कतिमा बेचेका थिए ?
 - वासुले सो पेनड्राइभ सुरेन्द्रबाट कतिमा किनेका थिए ?
- रामविलाशले 5 kg सुन्तला प्रति kg रु. 120 मा किनेर रु. 150 प्रति kg का दरले बिक्री गर्दा उसलाई कति नाफा वा नोक्सान भएछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा व्यापारीले 10 ओटा कलम प्रत्येकलाई रु. 75 का दरले किनेछन् र रु. 80 का दरले सबै कलम बेचेछन् । यसमा उसलाई नाफा वा नोक्सान के कति भयो होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- रमेशले एउटा काठको दरज रु. 18,550 मा किनेका थिए । उनीलाई जागिरको सरुवाको कारण ठाउँ परिवर्तन गर्नुपर्ने भयो । त्यसैले सो दरजलाई रु. 14,200 मा बेचे भने उसलाई नाफा वा नोक्सान के कति भएछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको घर तथा विद्यालय वरपर भएका पसलमा गई तपाईं आफूले दैनिक उपभोग गर्नुहुने कुनै 7 ओटा वस्तुहरूको मूल्यको जानकारी लिनुहोस् । उक्त सामानहरू कुन पसलमा कन्दा के कति रकमले सस्तो वा महँगो पर्ने रहेछ र कुन समानमा कुन पसलले बढी नाफा लिने रहेछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. (क) नाफा रु. 720 (ख) घाटा रु. 250 (ग) घाटा रु. 2250
(घ) नाफा रु. 250
3. घाटा रु. 15000 4. नाफा रु. 150 5. वि.मू. रु. 2250
6. क्र.मू. रु. 2850
7. (क) वि.मू. रु. 1250 (ख) क्रय रु. 950
8. नाफा रु. 50
8. नोक्सान रु. 4350

एकिक नियम (Unitary Method)

8.0 पुनरवलोकन (Review)

रु. 10 पर्ने सिसाकलम कृषाले सउटा, सन्तोषले 2 ओटा र खडोसले 3 ओटा किने भने प्रत्येकले पसलेलाई कति कति तिर्नुपर्छ होला ? छलफल गर्नुहोस् ।

सिसाकलम	मूल्य रु.
	10 अथवा $10 \times 1 = 10$ कृषाले रु. 10 तिर्नुपर्छ ।
	$10 + 10 = 20$ अथवा $10 \times 2 = 20$ सन्तोषले रु. 20 तिर्नुपर्छ ।
	$10 + 10 + 10 = 30$ अथवा $10 \times 3 = 30$ खडोसले रु. 30 तिर्नुपर्छ ।

यहाँ दुईओटा सिसाकलमको मूल्य भनेको सउटा सिसाकलमको मूल्य दुई पटक जोड्नु हो र तीनओटा सिसाकलमको मूल्य भनेको सउटा सिसाकलमको मूल्य तीन पटक जोड्नु हो । दुईओटा सिसाकलमको मूल्य पत्ता लगाउन सिसाकलमको सङ्ख्या 2 ले सउटा सिसाकलमको मूल्य रु. 10 लाई गुणन गरिएको छ । त्यसै गरी तीनओटा सिसाकलमको मूल्य पत्ता लगाउन 3 ले रु. 10 लाई गुणन गरिएको छ ।

सउटा वस्तुको मूल्य थाहा भएमा उस्तै धेरै वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन सउटा वस्तुको मूल्यलाई वस्तुको सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्दछ ।

8.1 एकाइ मूल्य र जम्मा मूल्य निकाल्ने सम्बन्धी समस्याहरू (Problems related to find unit cost and total cost)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएको बिल अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नहरूबारे छलफल गर्नुहोस् :

बिल न. - 025				
हाम्रो किनारा पसल बल्खु, काठमाडौं				
मिति : 2076/11/25				
ग्राहकको नाम : सुन्तली लामा				
क्र.सं.	विवरण	परिमाण	दर	मूल्य
1.	चिनी	3 kg	रु. 80	रु. 240
2.	आँटा	5 kg	रु. 45	रु. 225
जम्मा				रु 465
अक्षरेपि : चार सय पैसट्ठी मात्र				
				विक्रेता : सरोज

- (क) 1 kg चिनीको मूल्य कति छ ?
 (ख) 3 kg चिनीको मूल्य रु. 240 कसरी भयो ?
 (ग) 5 kg आँटाको मूल्य कति छ ?
 (घ) 1 kg आँटाको मूल्य रु. 45 कसरी हुन्छ ?
 (ङ) बिलमा दर भनेको के हो ?

माथिको बिलमा,

- (क) 1 kg चिनीको मूल्य रु. 80 छ ।
 (ख) 3 kg चिनीको मूल्य = रु. $80 \times 3 =$ रु. 240 हुन्छ ।
 (ग) यसरी नै 5 kg आटाको मूल्य रु. 225 छ ।
 (घ) 1 के.जी. आटाको मूल्य = रु. $\frac{225}{5} =$ रु. 45 हुन्छ ।
 (ङ) बिलमा दर भनेको वस्तुको एकाइ मूल्य हो ।

(क) एकाइ वस्तुको मूल्यबाट उस्तै धेरै वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन एकाइ वस्तुको मूल्यलाई वस्तुको सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्दछ ।

$$\text{जम्मा मूल्य} = \text{वस्तुको एकाइ मूल्य} \times \text{वस्तुको सङ्ख्या}$$

(ख) उस्तै वस्तुहरूको जम्मा मूल्यलाई वस्तुहरूको सङ्ख्याले भाग गर्दा एउटा वस्तुको मूल्य आउँछ ।

$$\text{एकाइ मूल्य} = \frac{\text{जम्मा मूल्य}}{\text{वस्तुहरूको सङ्ख्या}}$$

उदाहरण 1

एउटा कापीको मूल्य रु. 50 भए 6 ओटा कापीको मूल्य कति पर्ला ?

समाधान

$$1 \text{ ओटा कापीको मूल्य} = \text{रु. } 50$$



$$\begin{aligned} 6 \text{ ओटा कापीको मूल्य} &= \text{रु. } 50 \times 6 \\ &= \text{रु. } 300 \end{aligned}$$

∴ 6 ओटा कापीको जम्मा मूल्य रु. 300 पर्छ ।

धेरै वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन एकाइ वस्तुको मूल्यलाई वस्तुको सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्दछ ।



उदाहरण 2

20 kg चामलको मूल्य रु. 2500 भए 1 kg चामलको मूल्य कति होला ?

समाधान

$$\begin{aligned} 20 \text{ kg चामलको मूल्य} &= \text{रु. } 2500 \\ 1 \text{ kg चामलको मूल्य} &= \text{रु. } \frac{2500}{20} \\ &= \text{रु. } 125 \end{aligned}$$

∴ 1 kg चामलको मूल्य रु. 125 पर्दछ ।

एकाइ वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन वस्तुको जम्मा मूल्यलाई वस्तुको परिमाणले भाग गर्नुपर्दछ ।



उदाहरण 1

3 ओटा कापीको मूल्य रु. 270 पर्दछ भने 5 ओटा कापीको मूल्य कति पर्ला ?

3 ओटा कापीको मूल्य थाहा हुँदा 5 ओटा कापीको मूल्य कसरी निकाल्ने ?



ल सुन, सर्वप्रथम 3 ओटा कापीको मूल्यबाट एउटा कापीको मूल्य निकाल्ने त्यसपछि जतिओटा कापीको मूल्य पनि निकाल्न सकिन्छ नि !



समाधान

$$3 \text{ ओटा कापीको मूल्य} = \text{रु. } 270$$

$$1 \text{ ओटा कापीको मूल्य} = \text{रु. } \frac{270}{3} = \text{रु. } 90$$

$$5 \text{ ओटा कापीको मूल्य} = \text{रु. } 90 \times 5 = \text{रु. } 450$$

अभ्यास 8.1

- तलका तथ्यहरू ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :
 - उस्तै धेरै वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन एकाइ वस्तुको मूल्यलाई वस्तुको सङ्ख्याले भाग गर्नुपर्दछ ।
 - एकाइ वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन वस्तुको कुल मूल्यलाई वस्तुहरूको सङ्ख्याले भाग गर्नुपर्दछ ।
 - 5 ओटा ज्यामिति बाकसको मूल्य रु. 600 भए 1 ओटाको मूल्य रु. 120 हुन्छ ।
 - एकओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 10 भए 1 दर्जनको मूल्य रु. 100 हुन्छ ।
 - जम्मा मूल्य = वस्तुको एकाइ मूल्य \times वस्तुको सङ्ख्या हुन्छ ।
- तलको अवस्थामा जम्मा मूल्य निकाल्नुहोस् :

	वस्तुहरूको सङ्ख्या	एकाइ मूल्य
(क)	23	रु. 75
(ख)	2	रु. 950
(ग)	55	रु. 45

3. तलको अवस्थामा सिकाइ मूल्य निकाल्नुहोस् :

	वस्तुहरूको सङ्ख्या	जम्मा मूल्य
(क)	325	रु. 2925
(ख)	25	रु. 600
(ग)	17	रु. 1145

- एउटा फुटबलको मूल्य रु. 1275 पर्दछ भने 4 ओटा फुटबलको मूल्य कति पर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा कर्मचारीको एक महिनाको तलब रु. 35,000 छ भने एक वर्षको जम्मा तलब कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- सबिनाले एउटाको रु. 45 का दरले एक दर्जन कापी किनिछन् । उनले पसलेलाई जम्मा कति रकम तिर्नुपर्छ, हिसाब गर्नुहोस् ।
- 100 ओटा चकलेट भएकै एक प्याकेट चकलेटको मूल्य रु. 500 पर्छ भने एउटा चकलेटको मूल्य कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- 5 दर्जन केरा किन्दा रामले रु. 600 तिरेछ भने 1 दर्जन मात्र किनेको भए कति तिर्नुपर्थ्यो, निकाल्नुहोस् ।
- मिनाले 60 ओटा नोटबुकलाई रु. 6000 मा किनिछन् । यदि उनले 1 दर्जन मात्र किनेको भए कति तिर्नुपर्थ्यो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा पार्कमा प्रवेश गर्दा 100 जनाको टिकटको जम्मा मूल्य रु. 3600 पर्छ भने 1 जनाको टिकटको मूल्य कति पर्ला, निकाल्नुहोस् ।
- दिइएको मूल्यका आधारमा तलको तालिकामा मूल्य भर्नुहोस् :

	2 ओटा वस्तुको मूल्य	सिकाइ मूल्य	5 ओटा वस्तुको मूल्य	8 ओटा वस्तुको मूल्य
(क)	रु 16			
(ख)	रु 150			
(ग)	रु 1000			

- 6 ओटा क्रिकेट बलको मूल्य रु. 900 पर्दछ भने 4 ओटाको मूल्य कति पर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

13. 3 ओटा भोलाको मूल्य रु. 1725 पर्दछ भने 5 ओटाको मूल्य कति पर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
14. 25 किलोग्राम चामलको मूल्य रु. 2250 पर्दछ भने 60 किलोग्राम चामलको मूल्य कति पर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
15. 10 लिटर पेट्रोलको मूल्य रु. 1100 पर्दछ भने 5 लिटर पेट्रोलको मूल्य कति पर्दछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

घर नजिकैको पसलको पसलेसँग सोधेर पसलमा भएका कुनै छओटा वस्तुहरूको एकाइ मूल्यको सूची तयार पार्नुहोस् र सो सूचीका आधारमा ती वस्तुहरूको 10/10 ओटाको मूल्य कति पर्ला, पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- 1 देखि 3 सम्मका उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
4. रु. 5100 5. रु. 420,000 6. रु.1140 7. रु. 5
8. रु.120 9. रु.1200 10. रु. 36
11. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
12. रु. 600 13. रु. 2875 14. रु.5400 7. रु. 480

मिश्रित अभ्यास

1. सउटा खरायो कुनै एक स्थानबाट एक पटकमा $2/2$ फिट उफ्रने गर्दछ र अर्को खरायो उही स्थानबाट $3/3$ फिटको दुरीमा उफ्रन सक्छ भने सोधिसका प्रश्नहरूको उत्तर निकाल्नुहोस् :
 - (क) पहिलो खरायोले उफ्रँदै जाँदा प्रत्येक पटकमा सुरुको स्थानबाट पार गरेको दुरी लेख्नुहोस् ।
 - (ख) दोस्रो खरायोले उफ्रँदै जाँदा प्रत्येक पटकमा सुरुको स्थानबाट पार गरेको दुरी लेख्नुहोस् ।
 - (ग) ती दुवै खरायोले कुन कुन सङ्ख्याहरूको स्थानमा एकसाथ पाइला टेक्लान कम्तीमा तीनओटा सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् ।

- (घ) दुवै खरायोहरू कुन सङ्ख्याको स्थानमा प्रथम पटक भेट होलान् ? त्यो स्थानलाई केले जनाइन्छ, लेख्नुहोस् ।
2. रामसँग 6 ओटा चकलेटहरू छन् । उनले आफूसँग कति पनि नराखी सबैले बराबर चकलेटहरू पाउने गरी बाँड्ने सौँच बनाएछन् ।
- (क) कति जनालाई कुन कुन तरिकाले बाँड्न सक्छन् ?
- (ख) ती सङ्ख्याहरूले केलाई जनाउँछन्, लेख्नुहोस् ।
3. दुई सङ्ख्याहरू 30 र 105 का रुढ गुणनखण्ड निकालेर तलको प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस्,
- (क) तिनीहरूका साभा गुणनखण्डहरू के के होलान् ?
- (ख) बाँकी गुणनखण्डहरू के के होलान् ?
- (ग) साभा र बाँकी गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाल्नुहोस् । के परिणाम आयो, निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।
4. एउटा ठेकेदारले सडक कालोपत्रे गर्नका लागि दुईओटा सडकहरूको ठेक्का लिएछन् । एक महिनामा पहिलो सडकको 36 km मध्ये $\frac{3}{4}$ भाग कालोपत्रे गरेछन् र उही समयमा दोस्रो सडकमा 60 km को $\frac{2}{3}$ भाग कालोपत्रे गरेछन् ।
- (क) दुवै सडकमा गरी जम्मा कति किलोमिटर सडक कालोपत्रे गरेछन् ?
- (ख) कुन सडकमा धेरै भाग कालोपत्रे भएछ र कतिले, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. सुमनको एक महिनाको आमदानी रु. 32500 छ । उसले आमदानीको $\frac{1}{2}$ भाग घरखर्चमा लगाएछन् । यसैगरी आमदानीको $\frac{1}{4}$ भाग कपडा किन्नमा लगाएछन् र बाँकी रकम बैङ्कमा जम्मा गरेछन् ।
- (क) घर खर्चमा कति रकम लगाएछन् ?
- (ख) कपडा किन्दा जम्मा कति रकम खर्च गरेछन् ? प्रतिशतमा पनि पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. रमिलाले अङ्ग्रेजी विषयको एकाइ परीक्षामा 25 पूर्णाङ्कमा 20 अङ्क र विज्ञान विषयको 40 पूर्णाङ्कमा 30 अङ्क प्राप्त गरिछन् ।
- (क) दुवै विषयका प्राप्ताङ्कलाई प्रतिशतमा निकाल्नुहोस् ।
- (ख) उनको प्राप्ताङ्क कुन विषयमा कति प्रतिशत राम्रो छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. रमणले 6 ओटा कलमलाई जम्मा रु. 450 मा किनेछन् ।
 (क) 1 ओटा कलमको मूल्य कति परेछ ?
 (ख) 675 रुपियाँमा उही दरका कतिओटा कलम किन्न सकिइला ?
 (ग) उसलाई 6 ओटा कलम बेच्दा रु. 150 नाफा भइछ भने कतिमा बेचेको रहेछन् ? बिक्री रकम पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. थोक विक्रेताबाट पूर्णमानले 400 ओटा अन्डा रु. 4000 मा किनेर ढुवानी वापत यातायातमा रु 300 रुपियाँ खर्च गरे । तीमध्ये 50 ओटा अण्डा भुइँमा खसेर फुटेछन् ।
 (क) 400 ओटा अन्डाको जम्मा मूल्य कति परेछ ?
 (ख) यदि बाँकी अन्डालाई 13 रुपियाँ प्रतिअन्डाका दरले बिक्री गरेछन् भने उनलाई नाफा वा घाटा के कति भयो, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) पूर्णमानले समग्रमा रु. 600 नाफा गर्नका लागि बाँकी अन्डालाई प्रतिअन्डा कति रुपियाँका दरले बिक्री गर्नुपर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. हरीबहादुर एक व्यापारी हुन् । उनले होलसेल पसलबाट बराबर मूल्य पर्ने दुईओटा घडीहरू जम्मा रु. 6500 मा किनेर ल्याइछन् ।
 (क) एउटा घडीको मूल्य कति परेछ ?
 (ख) पहिलो घडीलाई रु. 3500 मा बेचेछन् भने उनलाई पहिलो घडीमा नाफा वा नोक्सान के कति भयो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) समग्रमा रु. 600 नाफा गर्नका लागि दोस्रो घडीलाई कतिमा बेच्नुपर्ला ?
10. 170 लिटर दुधलाई 8.5 लिटर क्षमता भएको क्यानमा खन्याउनु परेमा उत्रै क्षमता भएका कतिओटा क्यान आवश्यक पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
11. एउटा 34.48 मिटर लामो डोरीलाई 8 बराबर भागमा बाँड्दा,
 (क) प्रत्येक टुकामा कति मिटर डोरी हुन्छ ?
 (ख) यदि सीमाले 3 टुक्रा डोरी लगेछन् भने जम्मा कति मिटर डोरी लगेछन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

दुरी (Distance)

9.0 पुनरवलोकन (Review)

तलका प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :

- तपाईंको गणित पुस्तकको लम्बाइ र चौडाइ, डेस्कको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ तथा कक्षाकोठा र विद्यालयको कार्यालयबिचको दुरी कति कति होला ?
- माथिका अवस्थामा दुरी वा लम्बाइ निकाल्न कुन कुन एकाइ प्रयोग गर्नुहुन्छ ?
- मिलिमिटर (mm), सेन्टिमिटर (cm), मिटर (m) तथा किलोमिटर (km) बिचको सम्बन्ध के हुन्छ ?

$$10 \text{ मिलिमिटर (mm)} = 1 \text{ सेन्टिमिटर (cm)}$$

$$100 \text{ सेन्टिमिटर (cm)} = 1 \text{ मिटर (m)}$$

$$1,000 \text{ मिटर (m)} = 1 \text{ किलोमिटर (km)}$$

कुनै दुई बिन्दुबिचको लम्बाइलाई दुरी भनिन्छ । कुनै दुई बिन्दुबिचको दुरी नाप्न विभिन्न एकाइहरू प्रयोग गरिन्छ । सामान्यतया छोटो दुरी नाप्न mm, cm, foot (ft), m तथा लामो दुरी नाप्न km, mile आदि प्रयोग गरिन्छ ।

9.1 इन्च र सेन्टिमिटरबिचको सम्बन्ध (Relation between inch and centimeter)



$$1 \text{ inch (in)} = 2.54 \text{ centimeter (cm)}$$

9.2 इन्च, फुट र सेन्टिमिटरबिचको आपसी सम्बन्ध (Relation among inch, foot and centimeter)

क्रियाकलाप 1

मेजरिङ टेपले कक्षाकोठाको सडटा भित्तादेखि अर्को भित्तासम्मको दुरी क्रमशः foot (ft), centimeter (cm), meter (m) र inch (in) सिकाइमा नाप्नुहोस् र प्रत्येक फरक सिकाइमा नापिएको मानलाई एकआपसमा तुलना गरेर हेर्नुहोस्, जस्तै : cm मा नापिएको दुरीको मानलाई ft, m र inch मा नापिएको दुरीको मानसँग तुलना गर्नुहोस् ।

छलफलका आधारमा ft, cm, m र in को सम्बन्धबारे छलफल गरी निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

1 inch (in)	=	2.54 centimeter (cm)
1 foot (ft)	=	30.48 centimeter (cm)
1 meter (m)	=	39.37 inch (in)
1 meter (m)	=	3.28 foot (ft)
1 foot (ft)	=	12 inch (in)

क्रियाकलाप 2

मेजरिङ टेपले साथीको उचाइ **foot** सिकाइमा नाप्नुहोस् । सो **foot** को नापलाई क्रमशः **centimeter**, **meter** र **inch** मा परिवर्तन गर्नुहोस् ।

साथीको उचाइ = 4 ft 6 in

$$= 4 \text{ ft} + \frac{6}{12} \text{ ft (किन भाग गरेको होला ?)}$$

$$= (4 + 0.5) \text{ ft.}$$

∴ साथीको उचाइ = 4.5 ft.

(क) सेन्टिमिटर (cm) मा परिवर्तन गर्दा,

साथीको उचाइ = 4.5 ft

$$= 30.48 \times 4.5 \text{ cm (किन गुणन गरेको होला ?)}$$

∴ साथीको उचाइ = 137.16 cm



(ख) मिटर (m) मा परिवर्तन गर्दा,

$$\text{साथीको उचाइ} = 4.5 \text{ ft}$$

$$= 4.5 \div 3.28 \text{ m (किन भाग गरेको होला ?)}$$

$$\therefore \text{साथीको उचाइ} = 1.37 \text{ m}$$

(ग) इन्च (in) मा परिवर्तन गर्दा,

$$\text{साथीको उचाइ} = 4.5 \text{ ft}$$

$$= 12 \times 4.5 \text{ in (किन गुणन गरेको होला ?)}$$

$$\therefore \text{साथीको उचाइ} = 54 \text{ in}$$

ठूलो एकाइलाई सानो एकाइमा परिवर्तन गर्न गुणन गर्नुपर्छ भने सानो एकाइलाई ठूलो एकाइमा परिवर्तन गर्न भाग गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 1

5 m लाई cm, in, ft मा रूपान्तर गर्नुहोस् :

समाधान

$$\text{यहाँ, cm मा रूपान्तर गर्दा, } 5 \text{ m} = 100 \times 5 \text{ cm} = 500 \text{ cm}$$

$$\text{in मा रूपान्तर गर्दा, } 5 \text{ m} = 39.37 \times 5 \text{ in} = 196.85 \text{ in}$$

$$\text{ft मा रूपान्तर गर्दा, } 5 \text{ m} = 3.28 \times 5 \text{ ft} = 16.4 \text{ ft}$$

उदाहरण 2

आयुष्माको उचाइ 58 in रहेछ भने उनको उचाइ cm, ft र m मा कति कति रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{यहाँ, आयुष्माको उचाइ} = 58 \text{ in} = 2.54 \times 58 \text{ cm} = 147.32 \text{ cm}$$

$$\text{आयुष्माको उचाइ} = 58 \text{ in} = \frac{58}{12} \text{ ft} = 4.83 \text{ ft}$$

$$\text{आयुष्माको उचाइ} = 58 \text{ in} = \frac{58}{39.37} \text{ m} = 1.47 \text{ m}$$

उदाहरण 3

कुनै कक्षाकोठाको भुइँको लम्बाइ 480 cm रहेछ भने सो कक्षाकोठाको लम्बाइ in, ft र m मा कति कति रहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{यहाँ कक्षाकोठाको लम्बाइ} = 480 \text{ cm} = \frac{480}{2.54} \text{ in} = 188.98 \text{ in}$$

$$\text{कक्षाकोठाको लम्बाइ} = 480 \text{ cm} = \frac{480}{30.48} \text{ ft} = 15.75 \text{ ft}$$

$$\text{कक्षाकोठाको लम्बाइ} = 480 \text{ cm} = \frac{480}{100} \text{ m} = 4.8 \text{ m}$$

उदाहरण 4

एउटा कक्षाकोठामा शैक्षणिक पाटीको लम्बाइ 2 m 60 cm छ र चौडाइ 4 ft 8 in रहेछ भने चौडाइभन्दा लम्बाइ कति ft ले बढी रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

$$\text{शैक्षणिक पाटीको लम्बाइ} = 2 \text{ m } 60 \text{ cm} = 2\text{m} + \frac{60}{100} \text{ m} = 2\text{m} + 0.6 \text{ m} = 2.6 \text{ m}$$

शैक्षणिक पाटीको लम्बाइ फुटमा निकाल्दा,

$$= 2.6 \text{ m} = 3.28 \times 2.6 \text{ ft} = 8.528 \text{ ft} = 8.53 \text{ ft}$$

$$\text{शैक्षणिक पाटीको चौडाइ} = 4 \text{ ft } 8 \text{ in} = 4 \text{ ft} + \frac{8}{12} \text{ ft} = 4\text{ft} + 0.67 \text{ ft} = 4.67 \text{ ft}$$

$$\text{शैक्षणिक पाटीको लम्बाइ र चौडाइको फरक} = 8.53 \text{ ft} - 4.67 \text{ ft} = 3.86 \text{ ft}$$

तसर्थ शैक्षणिक पाटीको लम्बाइ, चौडाइभन्दा 3.86 ft ले बढी रहेछ ।

अभ्यास 9

1. खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

(क) 1 मिटरमा cm हुन्छ ।

(ख) 3 फुट लामो शैक्षणिक पाटीको लम्बाइ in हुन्छ ।

(ग) तपाईं 500 m हिंडेर विद्यालय आइपुग्नुभयो भने तपाईं फुट हिंडनु भयो ।

(घ) बेन्चको लम्बाइ 250 cm छ भने सो बेन्च..... फुट लामो हुन्छ ।

(ङ) कक्षाकोठाको भुइँको लम्बाइ 500 cm रहेछ भने सो कोठाको लम्बाइ in लामो हुन्छ ।

2. तल दिइएका सबै नापलाई centimeter मा बदल्नुहोस् :

(क) 3m 60 cm (ख) 6 ft (ग) 8ft 6 in (घ) 11 ft 10 in

3. तल दिइएका सबै नापलाई inch मा बदल्नुहोस् :
(क) 7 m (ख) 15 m 30 cm (ग) 7 ft 8 in (घ) 25 ft 6 in
4. तल दिइएका सबै नापलाई feet मा बदल्नुहोस् :
(क) 9 m 40 cm (ख) 14 m 25 cm (ग) 46 m 75 cm (घ) 32ft 8 in
5. तल दिइएका सबै नापलाई meter मा बदल्नुहोस् :
(क) 24 m 80 cm (ख) 53 ft (ग) 44 ft 10 in (घ) 88 ft 6 in
6. एउटा खेतको लम्बाइ 650 ft 10 in छ र चौडाइ 250 ft 8 in रहेछ भने चौडाइभन्दा लम्बाइ कति ft ले बढी रहेछ, निकाल्नुहोस् ।
7. एउटा चौरको लम्बाइ 225 m 40 cm छ र चौडाइ 150 ft 8 in रहेछ भने चौडाइभन्दा लम्बाइ कति ft ले बढी रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. एउटा पर्खाल 567 m 50 cm लामो छ । यससँगै जोडेर अर्को 225 ft 10 in लामो पर्खाल बनाइएको छ भने पर्खालको जम्मा लम्बाइ कति m हुन्छ, निकाल्नुहोस् ।
9. एउटा 4567 m 20 cm लामो बाटो बनाउनुपर्ने छ । 789 ft 6 in बाटो जनश्रमदानबाट बनाइसकेपछि कति बाटो बनाउन बाँकी रहन्छ, ft मा निकाल्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको परिवारका सदस्यहरूको सूची बनाउनुहोस् र प्रत्येकको उचाइ ft एकाइमा निकाल्नुहोस् । सबै जनाको उचाइलाई क्रमशः cm, m र in एकाइमा परिवर्तन गरेर निष्कर्षसहितको प्रतिवेदन कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. (क) 100 cm (ख) 36 in (ग) 1640 ft (घ) 8.2 ft (ङ) 188.98 in
2. (क) 360 cm (ख) 182.88 cm (ग) 259.08 cm (घ) 360.68 cm
3. (क) 275.60 in (ख) 602.36 in (ग) 92 in (घ) 306 in
4. (क) 30.83 ft (ख) 46.74 ft (ग) 153.34 ft (घ) 32.67 ft
5. (क) 24.8 m (ख) 16.19 m (ग) 13.67 m (घ) 24.54 m
6. 400.16 ft 7. 588.64 ft 8. 636.35 m 9. 14,190.92 ft

परिमिति, क्षेत्रफल र आयतन (Perimeter, Area and Volume)

10.0 पुनरवलोकन (Review)

तलका प्रश्नहरू छलफल गर्नुहोस् :

- (क) परिमिति भनेको के हो ?
- (ख) दिइएको फोटो फ्रेमको परिमिति कसरी निकाल्नु हुन्छ ?
- (ग) फोटो फ्रेमको सतहको क्षेत्रफल कसरी निकाल्नु हुन्छ ?



10.1 आयत र वर्गको परिमिति (Perimeter of rectangle and square)

क्रियाकलाप 1

तपाईंको कक्षाकोठामा भएको टेबुलको सतहको लम्बाइ र चौडाइ नाप्नुहोस् र उक्त टेबुलको सतहको परिमिति कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

टेबुलको सतहको लम्बाइ (l) = 4 ft र

टेबुलको सतहको चौडाइ (b) = 3 ft

टेबुलको सतहको परिमिति (P) = बाहिरी घेराको जम्मा लम्बाइ

$$= 4 \text{ ft} + 3 \text{ ft} + 4 \text{ ft} + 3 \text{ ft}$$

$$= 4 \text{ ft} \times 2 + 3 \text{ ft} \times 2$$

$$= 2 (4 \text{ ft} + 3 \text{ ft})$$

$$= 2 \times 7 \text{ ft}$$

$$= 14 \text{ ft}$$

तसर्थ टेबुलको परिमिति (P) = 14 ft हुन्छ ।



कुनै पनि वस्तुको वरिपरिको घेराको लम्बाइलाई सो वस्तुको परिमिति (Perimeter) भनिन्छ । आयताकार सतहको परिमिति $(P) = 2$ (लम्बाइ + चौडाइ) हुन्छ । सङ्केतमा $(P) = 2(l + b)$ हुन्छ ।

यसरी नै वर्गको परिमिति $(P) = 2(l + b) = 2(l + l) = 4l$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

दिइएको आयतको परिमिति कति होला, निकाल्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

आयतको लम्बाइ $(l) = 6\text{cm}$

आयतको चौडाइ $(b) = 4\text{cm}$

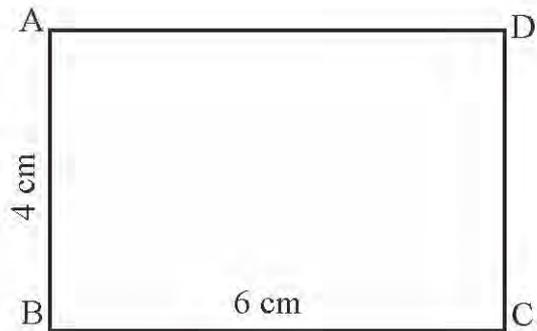
आयतको परिमिति $(P) = ?$

अब, $P = 2(l + b)$

$$= 2(6 + 4)$$

$$= 2 \times 10$$

$$= 20\text{cm}$$



तसर्थ आयतको परिमिति $(P) = 20\text{cm}$

उदाहरण 2

एउटा आयतको परिमिति 18cm र चौडाइ 4cm छ भने सो आयतको लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ,

आयतको परिमिति $(P) = 18\text{cm}$

आयतको चौडाइ $(b) = 4\text{cm}$

आयतको लम्बाइ $(l) = ?$

अब, $P = 2(l + b)$

or, $18 = 2(l + 4)$

or, $18 = 2l + 8$

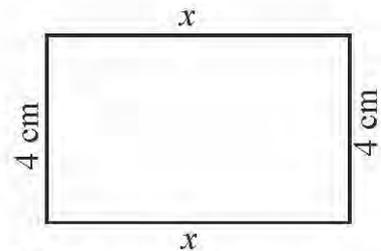
or, $2l = 18 - 8$

or, $2l = 10$

or, $l = \frac{10}{2}$

or, $l = 5$

\therefore आयतको लम्बाइ (l) = 5 cm



यहाँ, $2x + 8 = 18$

or, $2x = 18 - 8 = 10$

or, $x = \frac{10}{2}$

or, $x = 5$

उदाहरण 3

एउटा वर्गाकार रुमालको परिमिति 120 cm छ भने उक्त रुमालको लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ, वर्गाकार रुमालको परिमिति (P) = 120 cm

वर्गाकार रुमालको लम्बाइ (l) = ?

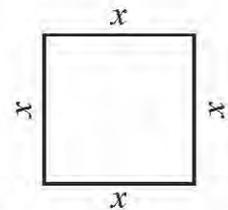
अब, $P = 4l$

or, $120 = 4 \times l$

or, $l = \frac{120}{4} = 30$

or, $l = 30$

तसर्थ वर्गाकार रुमालको लम्बाइ (l) = 30 cm



यहाँ, $4x = 120$

or, $x = \frac{120}{4}$

or, $x = 30$

अभ्यास 10

- तल दिइएका वाक्यहरू साँचो वा भ्रुटो के छन्, छुट्याउनुहोस् ।
 - लम्बाइ र चौडाइलाई जोडेर आयतको परिमिति निकालिन्छ ।
 - 15 cm लम्बाइ 10 cm चौडाइ भएका पुस्तकको परिमिति 50 cm हुन्छ ।
 - 6 m लम्बाइ 2 m चौडाइ भएको टेबुलको परिमिति 12 m हुन्छ ।
 - 2 m लम्बाइ 1 m चौडाइ भएको आयतको परिमिति 6 m हुन्छ ।
 - वर्गको लम्बाइलाई 4 ले गुणन गरेर वर्गको परिमिति निकालिन्छ ।

(च) 5 m लम्बाइ भएको वर्गाकार रुमालको परिमिति 25 m हुन्छ ।

(छ) 4 m परिमिति भएको वर्गको लम्बाइ 1 m हुन्छ ।

2. तल दिइएका नापका आयत तथा वर्गको परिमिति निकाल्नुहोस् :

(क) $AB = 8 \text{ cm}$ $BC = 5 \text{ cm}$

(ख) $AB = 15 \text{ m}$ $BC = 5 \text{ m}$

(ग) $PQ = 9 \text{ cm}$ $QR = 6 \text{ cm}$

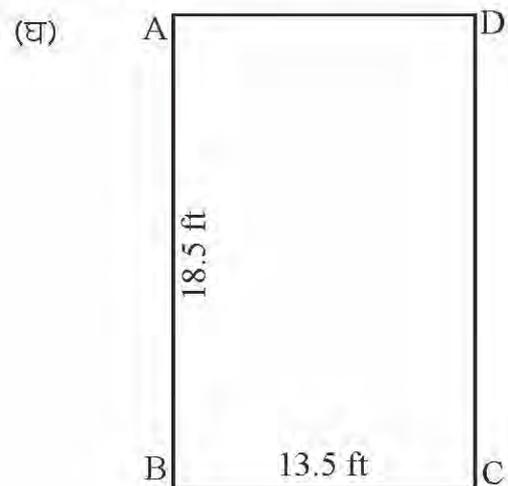
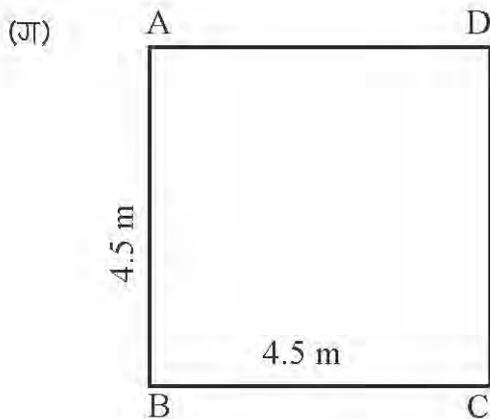
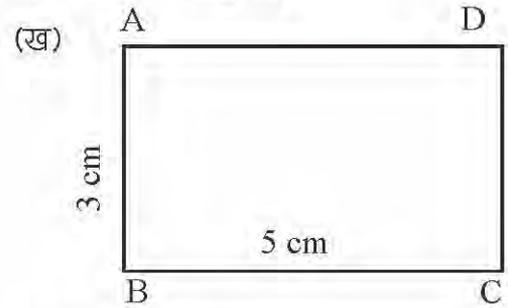
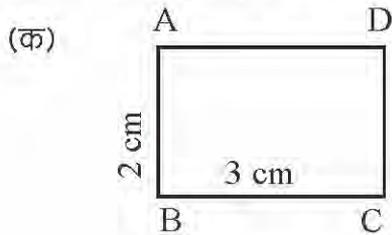
(घ) $XY = 12.5 \text{ ft}$ $YZ = 7 \text{ ft}$

(ङ) $AB = 28 \text{ cm}$ $BC = 15 \text{ cm}$

(च) $AB = 35 \text{ ft}$ $BC = 35 \text{ ft}$

(छ) $QR = RS = 40 \text{ m}$

3. तल दिइएका नापका आयत तथा वर्गको परिमिति निकाल्नुहोस् :



4. सउटा आयताकार तौलिया (Towel) को लम्बाइ 190 cm र चौडाइ 110 cm भए सो तौलियाको परिमिति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. सउटा आयताकार खेतको लम्बाइ 27 ft र चौडाइ 22 ft भए सो खेतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. सउटा वर्गाकार रुमालको लम्बाइ 25cm छ भने उक्त रुमालको परिमिति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. सउटा आयताकार चउरको परिमिति 360 m र चौडाइ 60 m भए उक्त चउरको लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. सउटा आयताकार पलडको परिमिति 22 ft र लम्बाइ 6 ft छ भने उक्त पलडको चौडाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
9. सउटा आयताकार जग्गाको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर छ र यसको परिमिति 42 m छ भने उक्त जग्गाको लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
10. सउटा वर्गको परिमिति 84 cm छ भने उक्त वर्गको लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
11. सउटा वर्गाकार चउरको चारैतिर वरिपरि बराबर दुरीमा 340 ओटा रुखहरू रोपिएका छन् । उक्त वर्गाकार चउरको लम्बाइतिर कतिओटा रुखहरू रोपिएका रहेछन् होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको विद्यालय वा गाउँमा भएको भलिबल कोर्टको बाहिरी घेरामा डोरी राख्ने हो भने कति लामो डोरी चाहिन्छ, पत्ता लगाएर कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

- 1 शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. (क) 26 cm (ख) 40 m (ग) 30 cm (घ) 39 ft (ङ) 86 cm
(च) 140 ft (छ) 160 m
3. (क) 10 cm (ख) 16 cm (ग) 18 cm (घ) 64 ft
4. 600 cm 5. 98 ft 6. 100 cm 7. 120 m 8. 5 ft
9. 14 m, 7 m 10. 21 11. 85 ओटा

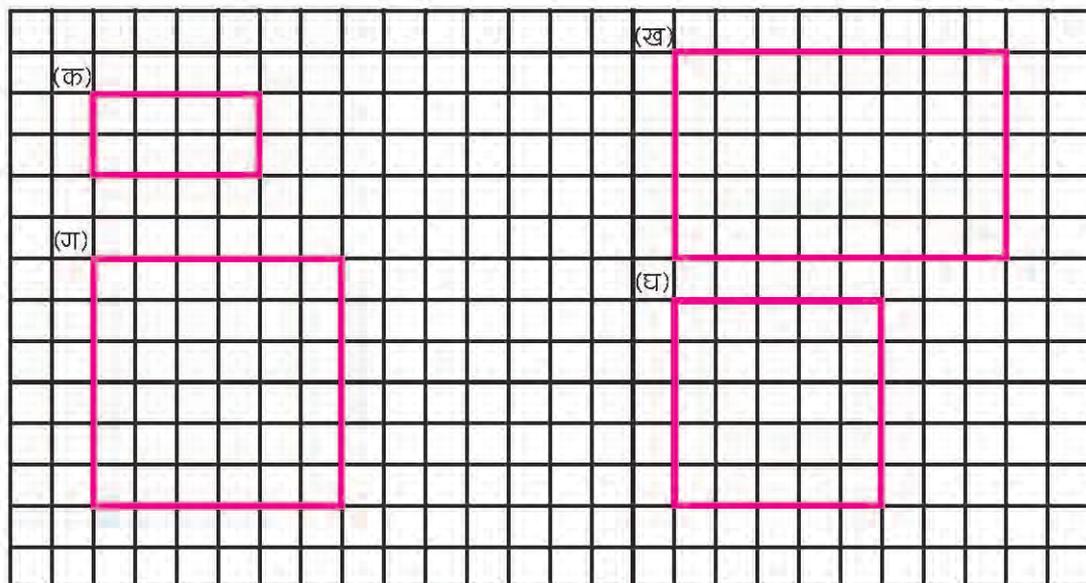
10.2 क्षेत्रफल (Area)

10.2.1 नियमित र अनियमित वस्तुहरूको क्षेत्रफल (Area of regular and irregular objects)

10.2.1.1 नियमित वस्तुहरूको क्षेत्रफल (Area of regular objects)

क्रियाकलाप 1

तल दिइएका आकृतिहरूमध्ये कुन आकृतिले धेरै ठाउँ ओगटेको छ होला ?



चित्रमा आयत र वर्गले ओगटेको ठाउँ पत्ता लगाउन उक्त आकृतिले ओगटेको एकाइ वर्गको सङ्ख्या गनेर निकाल्नुहोस् । यहाँ चित्र (क) मा दिइएको आकृतिले ओगटेको क्षेत्रफल 8 वर्ग एकाइ छ । त्यसै गरी अन्य आकृतिले ओगटेको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् र निष्कर्ष शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

10.2.1.2 अनियमित वस्तुहरूको क्षेत्रफल (Area of irregular objects)

क्रियाकलाप 2

कुनै सउटा बिरुवाको पात ल्याउनुहोस् । उक्त पातले कति ठाउँ ओगट्छ, ग्राफ पेपरको प्रयोग गरेर सो पातको सतहको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

यहाँ,

पातले ओगटेको सिङ्गो एकाइ वर्गको

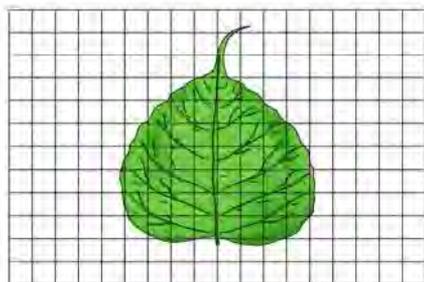
$$\text{सङ्ख्या} = 34$$

पातले ओगटेको सिङ्गो एकाइ वर्गबाहेकको

टुक्रा जोड्दा बन्ने सङ्ख्या = 14 (लगभग)

त्यसैले,

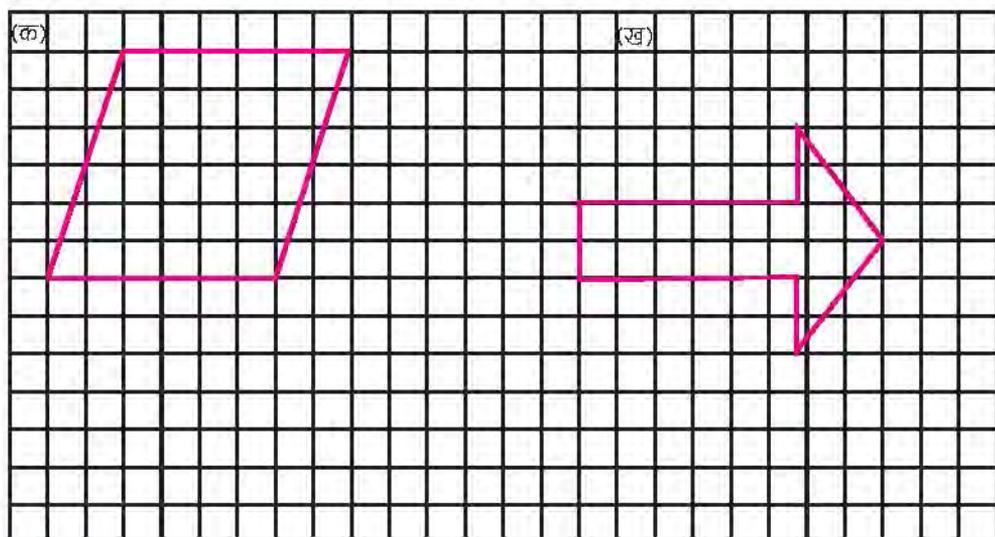
पातको क्षेत्रफल = $34 + 14 = 48$ वर्ग एकाइ (लगभग)



समतल सतहमा कुनै पनि वस्तुको सतहले ओगटेको ठाउँलाई त्यो वस्तुको क्षेत्रफल भनिन्छ । अनियमित वस्तुहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन ग्राफपेपरको प्रयोग गर्दा सजिलो हुन्छ ।

उदाहरण 1

तलका आकृतिहरूको एकाइ गनेर क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



समाधान

(क) चित्रमा सिङ्गो वर्गको सङ्ख्या = 30

सिङ्गो एकाइ वर्गबाहेकको टुक्रा जोड्दा बन्ने वर्गको सङ्ख्या = 6

त्यसैले, सो वस्तुले ओगटेको सिङ्गो वर्गको सङ्ख्या = $30 + 6 = 36$ वर्ग एकाइ

\therefore चित्र (क) को समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल = 36 वर्ग एकाइ

(ख) चित्रमा सिङ्गो वर्गको सङ्ख्या = 14

सिङ्गो एकाइ वर्गबाहेकको टुक्रा जोड्दा बन्ने वर्गको सङ्ख्या = 4 (लगभग)

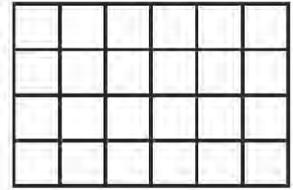
त्यसैले सो वस्तुले ओगटेको सिङ्गो वर्गको सङ्ख्या = $14 + 4 = 18$ वर्ग एकाइ (लगभग)

∴ चित्र (ख) को वाण चिह्नको क्षेत्रफल = 18 वर्ग एकाइ (लगभग)

10.2.2 आयत र वर्गको क्षेत्रफल (Area of rectangle and square)

क्रियाकलाप 3

लम्बाइ 6 cm र चौडाइ 4 cm भएको एउटा आयत लिनुहोस् र लम्बाइ 1 cm र चौडाइ 1 cm हुने गरी चित्रमा दिइएजस्तै गरी सो आयतभित्र 1 cm^2 का वर्ग कोठाहरू बनाउनुहोस् ।



चित्रमा लम्बाइतिर कतिओटा र ठाडोतिर कतिओटा 1 cm^2 का वर्ग कोठाहरू बने गन्नुहोस् र सो आयतले ओगटेको जम्मा क्षेत्रफल कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

आयतको क्षेत्रफल = आयतभित्र बनेका 1 cm^2 का वर्ग कोठाहरूको जम्मा सङ्ख्या = 24 ओटा = 24 cm^2

अब क्षेत्रफल, लम्बाइ र चौडाइको सम्बन्ध हेर्दा,

$24 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ हुन्छ ।

तसर्थ आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ \times चौडाइ

आयताकार सतहको लम्बाइ र चौडाइको गुणनफल नै आयताकार सतहको क्षेत्रफल हुन्छ । आयताकार सतहको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ (l) \times चौडाइ (b) हुन्छ ।

वर्गको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ \times लम्बाइ, अथवा $A = l \times l = l^2$ हुन्छ ।

उदाहरण 2

लम्बाइ 20 cm चौडाइ 8 cm भएको आयतको क्षेत्रफल कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

$$\text{आयतको लम्बाइ } (l) = 20 \text{ cm}$$

$$\text{आयतको चौडाइ } (b) = 8 \text{ cm}$$

$$\text{आयतको क्षेत्रफल } (A) = ?$$

$$\begin{aligned}\text{अब, } A &= l \times b \\ &= 20 \times 8 \\ &= 160\end{aligned}$$

$$\therefore A = 160 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \text{उक्त आयतको क्षेत्रफल } (A) = 160 \text{ cm}^2$$

उदाहरण 3

एउटा आयतको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर छ । उक्त आयतको क्षेत्रफल 50 m^2 भए लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

$$\text{आयतको चौडाइ } (b) = x \text{ m}$$

$$\text{आयतको लम्बाइ } (l) = 2x \text{ m}$$

$$\text{आयतको क्षेत्रफल } (A) = ?$$

$$\text{अब, } A = l \times b$$

$$\text{or, } 50 = 2x \times x$$

$$\text{or, } 50 = 2x^2$$

$$\text{or, } x^2 = \frac{50}{2}$$

$$\text{or, } x^2 = 25$$

$$\therefore x = 5 \text{ m}$$

$$\therefore \text{उक्त आयतको चौडाइ } (b) = 5 \text{ m}$$

$$\therefore \text{आयतको लम्बाइ } (l) = 2x = 2 \times 5 = 10 \text{ m}$$

उदाहरण 4

एउटा वर्गाकार चउरको क्षेत्रफल 100 ft^2 छ भने उक्त चउरको लम्बाइ कति होला, निकाल्नुहोस् :

समाधान

यहाँ, वर्गाकार चउरको क्षेत्रफल $(A) = 100 \text{ ft}^2$

वर्गाकार चउरको लम्बाइ $(l) = ?$

अब, $A = l^2$

or, $100 = l^2$

or, $l = \sqrt{100}$

$\therefore l = 10 \text{ ft}$

तसर्थ वर्गाकार चउरको लम्बाइ $(l) = 10 \text{ ft}$

अभ्यास 10.2

1. तल दिइएका वाक्यहरूका खाली ठाउँमा उपयुक्त शब्द वा सङ्ख्या भर्नुहोस् :

(क) वर्गाकार आकृतिको लम्बाइलाई वर्ग गर्ने यसको..... निकालिन्छ ।

(ख) आयताकार वस्तुको लम्बाइ र चौडाइको एकाइ centimeter भए क्षेत्रफलको एकाइ हुन्छ ।

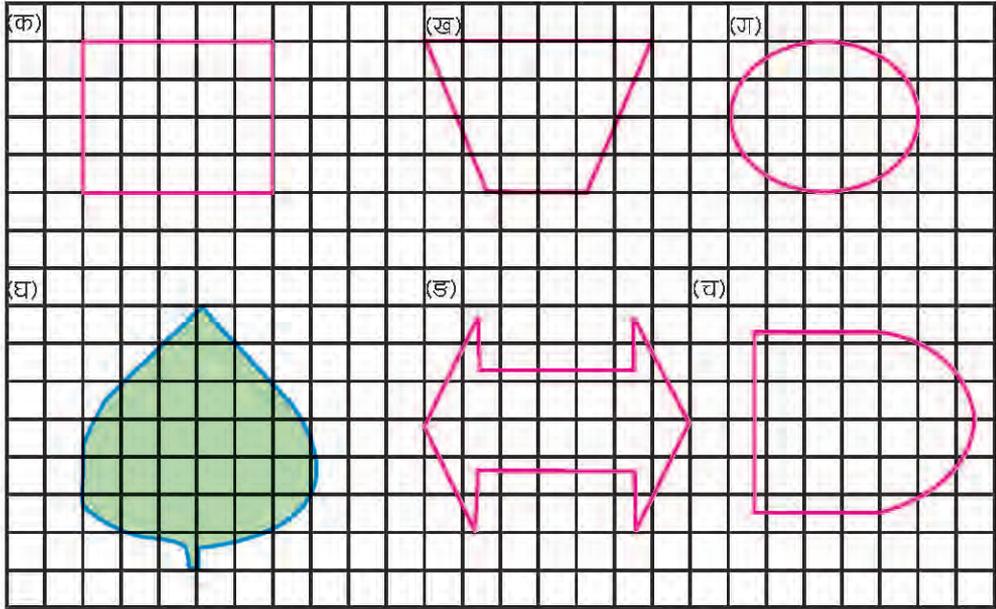
(ग) 3 m लम्बाइ र 2 m चौडाइ भएको कागजले ठाउँ ओगट्छ ।

(घ) 5 cm लम्बाइ र 3 cm चौडाइ भएको कागजको क्षेत्रफल हुन्छ ।

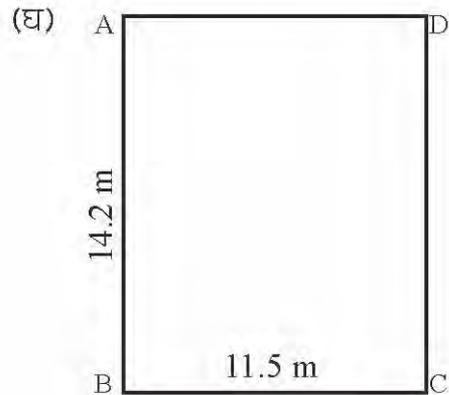
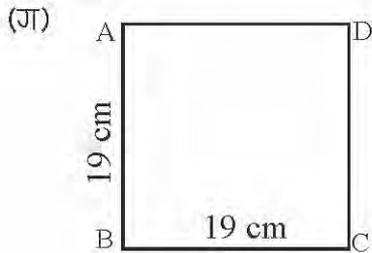
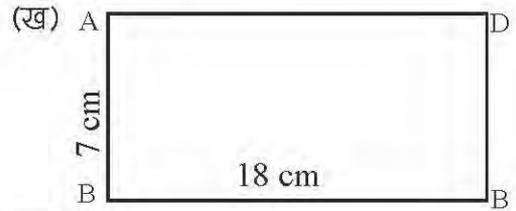
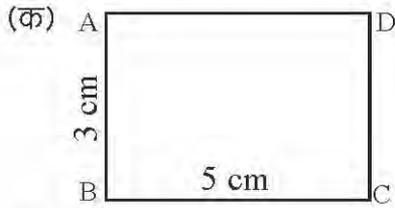
(ङ) 2 m लम्बाइ भएको वर्गाकार कपडाको क्षेत्रफल m^2 हुन्छ ।

(च) अनियमित वस्तुहरूको सतहको क्षेत्रफल विधिद्वारा निकालिन्छ ।

2. तलका आकृतिहरूको ग्राफमा एकाइ वर्गहरू गनेर क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



3. तल दिइएका आयत तथा वर्गको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



4. तल दिइएका आयतहरूको लम्बाइ वा चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) लम्बाइ = 7 ft, क्षेत्रफल = 21 ft^2 (ख) लम्बाइ = 18cm, क्षेत्रफल = 90cm^2

(ग) चौडाइ = 3.2 m, क्षेत्रफल = 38.4 m^2 (घ) चौडाइ = 1 ft, क्षेत्रफल = 15 ft^2

5. तल दिइएका वर्गहरूको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् :

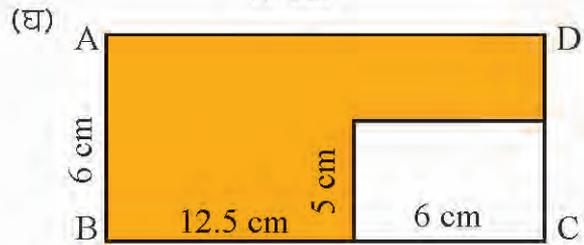
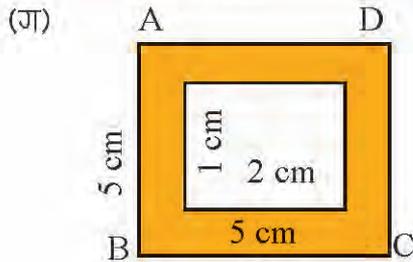
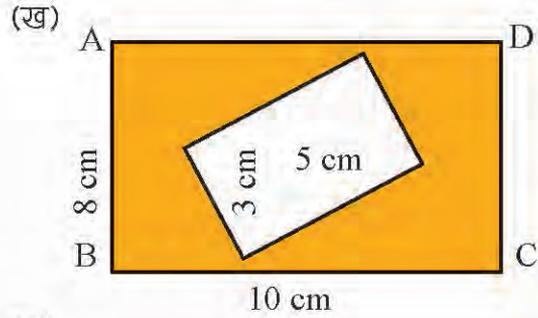
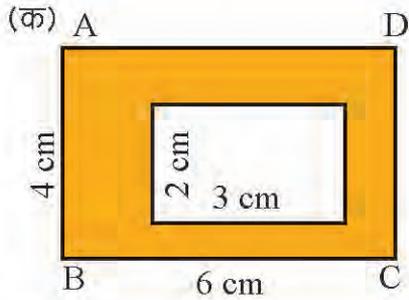
(क) क्षेत्रफल = 1 cm^2

(ख) क्षेत्रफल = 121 ft^2

(ग) क्षेत्रफल = 196 m^2

(घ) क्षेत्रफल = 625 m^2

6. तल दिइएका चित्रहरूमा छाया परेको भागको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



परियोजना कार्य

1. तपाईं सुत्ने पलङ वा खाटले कोठाको भुइँमा ओगटेको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् । सोको प्रतिवेदन कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
2. ग्राफपेपरमा आफ्नो हातको पन्जा ट्रेस गर्नुहोस् । त्यसपछि वर्गकोठा गनेर क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1 र 2 शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

3. (क) 15 cm^2 (ख) 126 cm^2 (ग) 361 cm^2 (घ) 163.3 ft^2

4. (क) 3 ft (ख) 5 cm (ग) 12 m (घ) 15 ft

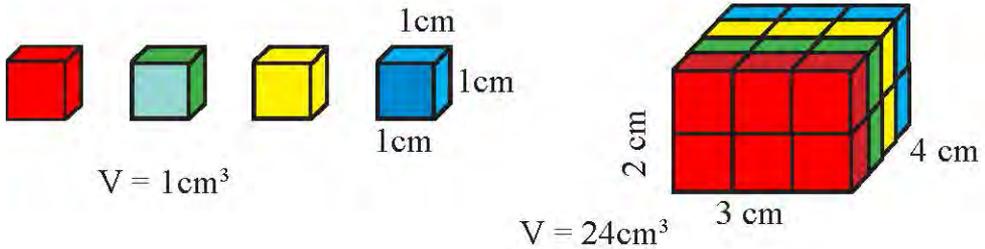
5. (क) 1 cm (ख) 11 ft (ग) 14 m (घ) 25 m

6. (क) 18 cm^2 (ख) 65 cm^2 (ग) 23 cm^2 (घ) 45 cm^2

10.3 षड्मुखा र घनको आयतन (Volume of cuboid and cube)

क्रियाकलाप 1

लम्बाइ 1 cm भएको एकाइ घनको आयतन 1 cm^3 हुन्छ । अब चित्रमा देखाइए जस्तै गरी लम्बाइतिर 4 ओटा, चौडाइतिर 3 ओटा 1 cm^3 का घनहरूलाई एक आपसमा टाँसिने गरी मिलाएर राख्नुहोस् । फेरि एक माथि अर्को गर्दै उचाइतिर 2 ओटा रहने गरी राख्नुहोस् । यसरी राख्दा कस्तो आकृति बन्थ्यो र आयतन कति हुन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ॥



यहाँ, लम्बाइतिर 1 ओटा, चौडाइतिर 3 ओटा र उचाइतिर 2 ओटा 1 cm^3 घनहरू राख्दा षड्मुखा बनेको छ ।

त्यसैले उक्त षड्मुखामा 24 ओटा 1 cm^3 का घनहरू छन् ।

$$\text{उक्त षड्मुखाको आयतन} = 24 \text{ cm}^3$$

अब आयतन, लम्बाइ, चौडाइ र उचाइको सम्बन्ध हेर्दा,

$$24 \text{ cm}^3 = 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$$

तसर्थ षड्मुखाको आयतन = लम्बाइ \times चौडाइ \times उचाइ

कुनै पनि षड्मुखामा भएका एकाइ घनहरूको कुल सङ्ख्या नै सो षड्मुखाको आयतन हो । लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ गुणन गरेर षड्मुखाको आयतन निकालिन्छ ।

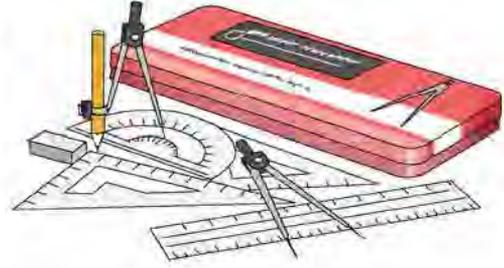
षड्मुखाको आयतन (V) = लम्बाइ \times चौडाइ \times उचाइ, ($V = l \times b \times h$) हुन्छ ।

लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ बराबर भएको षड्मुखालाई घन भनिन्छ ।

घनाकार वस्तुको आयतन (V) = $l \times l \times l = l^3$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

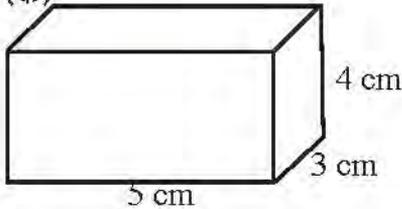
तपाईंको ज्यामिति बाकसको आकार कस्तो छ, छलफल गर्नुहोस् र तपाईंको ज्यामिति बाकसको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।



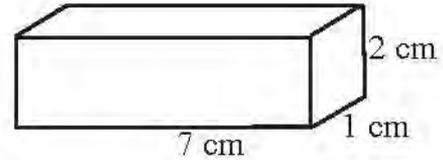
अभ्यास 10.3

1. तलका वस्तुहरूको आयतन कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् :

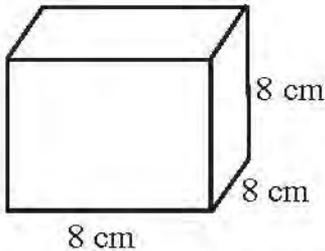
(क)



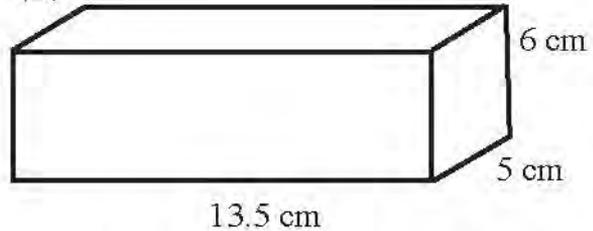
(ख)



(ग)



(घ)



2. तल दिइएका नापअनुसारका षड्मुखहरूको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) लम्बाइ = 12 cm, चौडाइ = 8 cm, उचाइ = 4 cm

(ख) लम्बाइ = 25 ft, चौडाइ = 15 ft, उचाइ = 5 ft

(ग) लम्बाइ = 3.5 m, चौडाइ = 2.2 m, उचाइ = 2 m

(घ) लम्बाइ = 16 cm, चौडाइ = 10.5 cm, उचाइ = 5.5 cm

3. किनाराको लम्बाइ निम्नअनुसार भएका घनहरूको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) लम्बाइ = 1 m (ख) लम्बाइ = 7 cm (ग) लम्बाइ = 16 ft

(घ) लम्बाइ = 29 m

4. सउटा आयताकार बाकसको लम्बाइ = 55 cm, चौडाइ = 40 cm र उचाइ = 25 cm छ भने यसको आयतन कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. सउटा घनाकार बाकसको लम्बाइ = 17 cm छ भने यसको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. सउटा घनाकार वस्तुको आयतन 64 m^3 छ भने यसको सउटा भुजाको लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. सउटा षड्मुखाको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर र उचाइ 2 ft छ । यसको आयतन 100 ft^3 छ भने उक्त षड्मुखाको लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

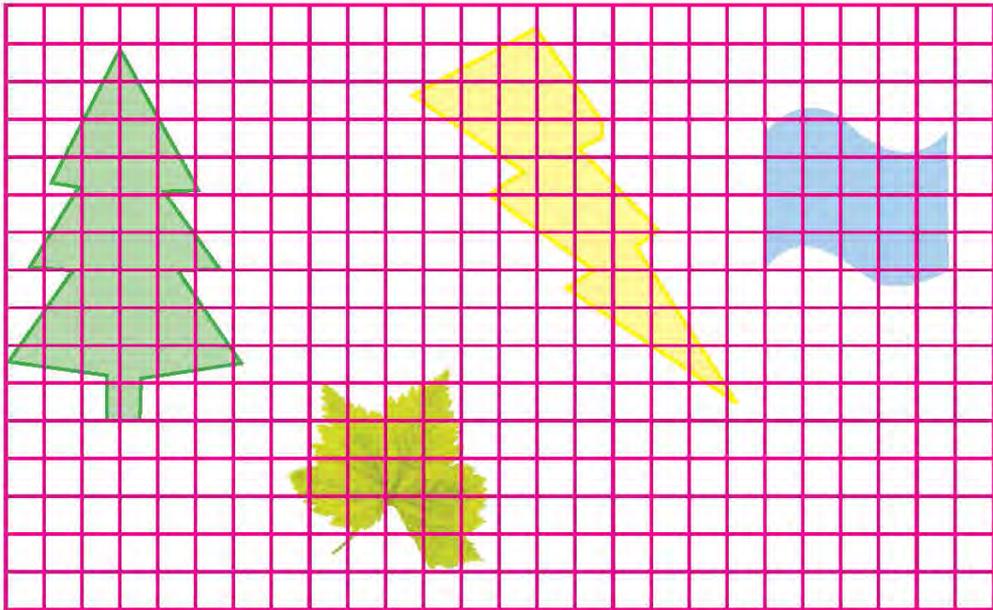
तपाईंले सउटा षड्मुखाकार काठको टुक्रा तयार गर्नुहोस् । यसको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ नापेर सोको आयतन पत्ता लगाई प्रतिवेदनसहित आफ्नो कक्षाकोठामा प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

उत्तर

- | | | | |
|---------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1. (क) 60 cm^3 | (ख) 14 cm^3 | (ग) 512 cm^3 | (घ) 405 m^3 |
| 2. (क) 384 cm^3 | (ख) 375 ft^3 | (ग) 15.4 m^3 | (घ) 924 cm^3 |
| 3. (क) 1 m^3 | (ख) 343 cm^3 | (ग) 4096 ft^3 | (घ) 24389 m^3 |
| 4. $55,000 \text{ m}^3$ | 5. 4913 cm^3 | 6. 4m | 7. 5 ft |

मिश्रित अभ्यास

1. वर्गाकार कोठा गनेर तलका आकृतिहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



2. एउटा आयताकार तौलियाको लम्बाइ 1 m 20 cm र चौडाइ 80 cm भए सो तौलियाको परिमिति र क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. एउटा आयताकार खेतको क्षेत्रफल 85 ft^2 र चौडाइ 5 ft भए सो खेतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. एउटा वर्गको लम्बाइ 45 cm छ भने उक्त वर्गको परिमिति र क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. एउटा आयताकार चौरको परिमिति 280 m र चौडाइ 50 m भए उक्त चौरको लम्बाइ र क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. एउटा वर्गको क्षेत्रफल 196 cm^2 छ भने उक्त वर्गको लम्बाइ र परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
7. एउटा आयताकार जग्गाको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर छ र यसको क्षेत्रफल 648 m^2 छ भने उक्त जग्गाको लम्बाइ, चौडाइ र परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
8. एउटा घनाकार वस्तुको आयतन 1331 cm^3 छ भने यसको लम्बाइ कति होला ?

9. सउटा षड्मुखको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर र उचाइ 5 m छ । यसको आयतन 250 m^3 छ भने उक्त जग्गाको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
10. सउटा वर्ग र आयतको क्षेत्रफल बराबर छ । वर्गको क्षेत्रफल 16 m^2 र वर्गको लम्बाइ आयतको लम्बाइको आधा छ भने आयतको चौडाइ कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
11. वृत्तको चित्र बनाइ विभिन्न भागहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको घरको भान्सा कोठा, सुत्ने कोठा, बैठक कोठा र नुहाउने कोठाको भुइँको छुट्टाछुट्टै लम्बाइ, चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् र प्रत्येकको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् । साथै ती सबै स्थानको कुल क्षेत्रफल निकाली प्रतिवेदनसहित कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. 400 cm र 9600 cm^2
3. 44 ft .
4. 180 cm र 2025 cm^2
5. 90 cm र 4500 cm^2
6. 14 cm र 56 cm
7. 96 m , 18 m र 108 m
8. 11 cm
9. 5 m र 5 m
10. 2 m
11. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

घाताङ्क (Indices)

11.0 पुनरवलोकन (Review)

तलका अवस्थाहरूको अध्ययन गर्नुहोस् ।

दिइएको आयतको क्षेत्रफल कति होला ?

यहाँ, $A = a \times b$

यदि लम्बाइ = चौडाइ = a एकाइ भएमा

$A = a \times a = a^2$ वर्ग एकाइ हुन्छ ।

तसर्थ a लाई 2 पटक गुणन गर्दा a^2 भयो ।

दिइएको घनको आयतन निकाल्न

$V = a \times a \times a$

$V = a^3$ लेखिन्छ ।

यहाँ a लाई तीन पटक गुणन गरेपछि a^3 भयो ।

2 लाई 5 पटक गुणन गरिएको छ ।

तसर्थ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$ लेख्न सकिन्छ ।

कुनै पनि सङ्ख्या वा चल राशिलाई सोही सङ्ख्या वा चल राशिले कति पटक गुणन गरियो भन्ने जनाउन घाताङ्कको प्रयोग गरिन्छ ।

उदाहरणक लागि, $x \times x \times x \times x$ मा x लाई 4 पटक गुणन गरियो ।

यसलाई x^4 लेखिन्छ ।

यहाँ, x^4 मा x लाई आधार भनिन्छ ।

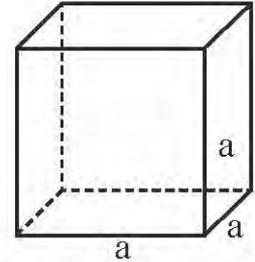
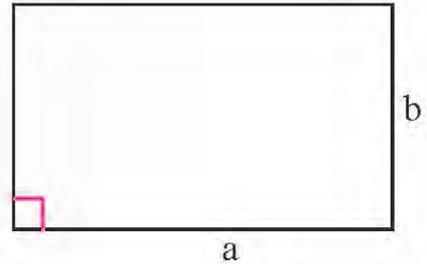
र 4 लाई x को घाताङ्क भनिन्छ ।

उदाहरण 1

तलका सङ्ख्याहरूलाई घाताङ्कका रूपमा लेख्नुहोस् ।

(क) $3 \times 3 \times 3 \times 3$

(ख) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$



समाधान

(क) यहाँ, $3 \times 3 \times 3 \times 3$

3 लाई 4 पटक गुणन गरियो ।

तसर्थ, $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ लेखिन्छ ।

(ख) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

यहाँ, 2 लाई 3 पटक र 3 लाई 2 पटक गुणन गरिएको छ ।

तसर्थ, $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ र $3 \times 3 = 3^2$ लेखिन्छ ।

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$ भयो ।

उदाहरण 2

घाताङ्कका रूपमा लेख्नुहोस् :

(क) $2x \times x$

(ख) $a^2 \times a$

समाधान

यहाँ, $2x \times x$

$= 2 \times x^2$

$= 2x^2$

यहाँ, $a^2 \times a$

$= a^3$

उदाहरण 3

तलका घाताङ्कहरूलाई विस्तारित रूपमा लेख्नुहोस् :

(क) C^2

(ख) y^5

(ग) x^2y^2

समाधान

(क) यहाँ C^2 मा C लाई 2 पटक गुणन गर्नुपर्दछ ।

$C^2 = C \times C$

(ख) y^5 मा y लाई 5 पटक गुणन गर्ने हो ।

तसर्थ, $y^5 = y \times y \times y \times y \times y$ हुन्छ ।

(ग) x^2y^2 मा x लाई 2 पटक र y लाई 2 पटक गुणन गरिएको छ, तसर्थ

$x^2y^2 = x \times x \times y \times y$ भयो ।

उदाहरण 4

लम्बाइ l , चौडाइ b र उचाइ h भएको षड्मुखकार ठोस वस्तुको आयतन निकाल्ने सूत्र लेख्नुहोस् । यदि उक्त ठोस वस्तुको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ सबैको लम्बाइ b भएमा आयतन कति होला ?

समाधान

यहाँ, ठोस वस्तुको लम्बाइ l , चौडाइ b र उचाइ h छ ।

तसर्थ, आयतन $(V) = l \times b \times h$ हुन्छ ।

फेरि, लम्बाइ = चौडाइ = उचाइ = b एकाइ भएमा

आयतन $(V) = b \times b \times b = b^3$ घनएकाइ हुन्छ ।

अभ्यास 11.0

1. घाताङ्कका रूपमा लेख्नुहोस् :

- (क) $3 \times 3 \times 3$ (ख) $5 \times 5 \times 5 \times 5$ (ग) $a \times a \times a \times a \times a$
(घ) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ (ङ) $x \times x \times x \times y \times y$
(च) $a \times a \times a \times a \times b \times b \times b$

2. दिइएका घाताङ्कका विस्तारित रूप लेख्नुहोस् :

- (क) b^4 (ख) $C^3 \times C^2$ (ग) l^2 (ग) $a^2 \times b^2$
(घ) $y^2 \times y^2 \times p$ (ङ) $l^3 \times b^2 \times h^2$ (च) $z \times z^3 \times z^2$

3. घाताङ्कका रूपमा लेख्नुहोस् :

- (क) $4x^2 \times x^2$ (ख) $x^5 \times x^2$ (ग) $3x^3 \times 6x^3$

4. (क) (अ) लम्बाइ = x एकाइ र चौडाइ = y एकाइ भएको आयतको क्षेत्रफल कति होला ?

(आ) यदि लम्बाइ र चौडाइ दुवैको मान y एकाइ भएमा यसको क्षेत्रफल कति होला ?

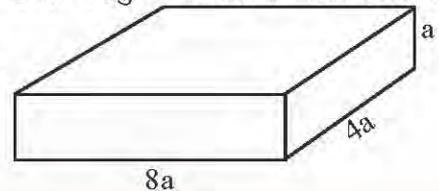
(इ) यदि y को मान 8 भएमा उक्त आकृतिको क्षेत्रफल कति होला ?

(ख) (अ) एउटा ठोस वस्तुको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ क्रमशः a , b र c एकाइ भए उक्त ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) यदि लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ सबैको नाप ' a ' एकाइ भएमा उक्त ठोस वस्तुको आयतन कति होला ?

(इ) प्रश्न (आ) मा a को मान 11 cm भएमा उक्त वस्तुको आयतन कति होला ?

(ग) दिइएको ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् र उत्तरलाई घाताङ्कका रूपमा लेख्नुहोस् ।



उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expression)

12.0 पुनरवलोकन (Review)

एउटा पार्कमा प्रवेश गर्दा एक जनाको प्रवेश शुल्क रु. 100 पर्छ । उक्त पार्कमा साइकल भाडामा लियेर एक फन्को लगाउँदा रु. 10 तिर्नुपर्छ । दुई फन्को लगाउँदा रु. 20 तिर्नुपर्छ । साइकल भाडामा लियेर उक्त पार्कलाई फन्को लगाउँदा लाग्ने रकम फन्को लगाउने सङ्ख्याको 10 गुणा हुँदो रहेछ ।

अथवा, साइकलमा पार्कलाई फन्को लगाउँदा लाग्ने रकम = रु. $10 \times$ पार्कमा लगाउने फन्कोको सङ्ख्या

पार्कमा लगाउने फन्काको सङ्ख्यालाई x ले जनाउँदा,

साइकलमा पार्कलाई फन्को लगाउँदा लाग्ने रकम = रु. $10 \times x =$ रु. $10x$ हुन्छ ।

त्यसै गरी उक्त पार्कलाई घोडामा चढेर एक फन्को लगाउँदा लाग्ने रकम = रु. 50 हुन्छ भने y फन्को लगाउँदा रु. $50y$ हुन्छ । तल दिइएका प्रश्नहरूको बारेमा जोडीमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

- (क) रु. 100 चल वा अचल राशि के हो ? र किन ?
- (ख) x चल वा अचल राशि के हो ? र किन ?
- (ग) के 100, $10x$ र $50y$ बीजीय पद हुन् ? के यसलाई बीजीय अभिव्यञ्जक पनि भन्न मिल्छ ?
- (घ) अनुले शनिबार रमाइलो पार्कमा प्रवेश गरेर उक्त पार्कलाई साइकलमा x फन्को लगाइन् भने माथिकै दरमा उनले जम्मा कति रुपियाँ तिरिन् ? गणितीय सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।
- (ङ) के (घ) नम्बरअनुसारको गणितीय सङ्केतमा लेखिएको भनाइ बीजीय अभिव्यञ्जक हो ? यसमा कतिओटा पदहरू छन् ?
- (च) x र $10x$ कस्ता पदहरू हुन् ?
- (छ) $10x$ र $50y$ कस्ता पदहरू हुन् ?

एउटा मात्र मान हुने राशिलाई अचल राशि भनिन्छ । दुई वा दुईभन्दा बढी मान हुने राशिलाई चल राशि भनिन्छ । एउटै चल राशि (आधार) र घाताङ्क भएका पदहरूलाई सजातीय पदहरू भनिन्छ । फरक फरक चल राशि भएका पदहरूलाई बिजातीय पदहरू भनिन्छ । अर्थात् यदि बीजीय पदहरूको बीजीय गुणनखण्ड समान भएमा सजातीय पद र बीजय गुणनखण्ड फरक फरक भएमा बिजातीय पद भनिन्छ, जस्तै : $3xy$ र $2xy$ यहाँ $3xy$ को गुणनखण्ड $3, x, y$ र $2xy$ को गुणनखण्ड $2, x, y$ छन् । यी दुवै पदहरूको बीजीय गुणनखण्ड समान x र y भएकाले यी पदहरू सजातीय पद हुन् ।

12.1 बीजीय अभिव्यञ्जकको जोड र घटाउ

(Addition and subtraction of algebraic expression)

1. तल दिइएका भनाइलाई बीजीय अभिव्यञ्जकको रूपमा लेखेर साथीहरूसँग छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् :

(क) रूपासँग x ओटा गुच्चा थिए । उनलाई रूपकले 3 ओटा गुच्चा दिएछन् भने रूपासँग कतिओटा गुच्चा भए होलान् ?

(ख) दिपेशसँग भएका y ओटा सिसाकलमध्ये 7 ओटा सिसाकलम उनका भाइलाई दिएछन् भने दिपेशसँग कति सिसाकलम बाँकी रहेछन् ?

(ग) सुशीलासँग y ओटा कापी थियो । उनलाई सरले उनीसँग भएको दोब्बर कापी दिनुभयो भने अब सुशीलासँग जम्मा कति कापी भए ?

(घ) सुरक्षासँग भएका x ओटा चकलेटहरू उनका दुई भाइहरूलाई बराबर हुने गरी बाँडिन् भने प्रत्येकले कति चकलेट पाउँछन् ?

(ङ) माथि दिइएका भनाइहरू कति कति पदीय अभिव्यञ्जकहरू हुन्, लेख्नुहोस् । यहाँ, माथिका भनाइहरूलाई बीजीय अभिव्यञ्जकको रूपमा लेख्दा,

(क) $x + 3$

(ख) $y - 7$

(ग) $y + 2y$

(घ) $\frac{x}{2}$

(ङ) घ एकपदीय तथा क, ख र ग द्विपदीय अभिव्यञ्जक हुन् ।

माथिका गणितीय भनाइहरू एक वा दुई पदीय अभिव्यञ्जकहरू हुन् । यी भनाइहरूमा चल र अचल राशिहरू गणितका चार आधारभूत क्रियाहरूद्वारा जोडिएका छन् ।

चल र अचल राशिहरूलाई गणितका चार आधारभूत क्रियाहरू जोड, घटाउ, गुणन तथा भाग चिह्नद्वारा जोडेर बनेको गणितीय सम्बन्धलाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ ।

उदाहरण 1

9. तल दिइयका प्रत्येक जोडी पदहरू सजातीय वा विजातीय पदहरू के हुन्, छुट्याउनुहोस् :

- (क) $2x$ र $5x$ (ख) $4a$ र $7a$ (ग) $3x$ र $4y$ (घ) $5a$ र $6b$
(ङ) $3a^2$ र $7a^2$ (च) $7x^3$ र $9x^2$ (छ) $2a^2$ र $13a^3$ (ज) $3a^2b$ र $3b^2a$
(झ) $4x^2y$ र $7x^2yz$

समाधान

- (क) $2x$ र $5x$ सजातीय पदहरू हुन् किनभने दुवैमा चल राशि x छ ।
(ख) $4a$ र $7a$ सजातीय पदहरू हुन् किनभने दुवैमा चल राशि a छ ।
(ग) $3x$ र $4y$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि x र दोस्रो पदको चल राशि y छ ।
(घ) $5a$ र $6b$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि a र दोस्रो पदको चल राशि b छ ।
(ङ) $3a^2$ र $7a^2$ सजातीय पदहरू हुन् किनभने दुवैमा चलराशि a^2 छ ।
(च) $7x^3$ र $9x^2$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि x^3 र दोस्रो पदको चल राशि x^2 छ ।
(छ) $2a^2$ र $13a^3$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि a^2 र दोस्रो पदको चल राशि a^3 छ ।
(ज) $3a^2b$ र $8ab^2$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि a^2b र दोस्रो पदको चल राशि b^2a छ ।
(झ) $4x^2y$ र $7x^2yz$ विजातीय पदहरू हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि x^2y र दोस्रो पदको चल राशि x^2yz छ ।

उदाहरण 2

योगफल निकाल्नुहोस् :

- (क) $3x$ र $4x$ (ख) $x, 4x$ र $5x$ (ग) $2x, 3y$ र $7x$
(घ) $2a^2b, 3a^2b$ र $6a^2b$ (ङ) $12x^2y, 15x^2y$ र $5x^2yz$

समाधान

- (क) $3x$ र $4x$ को योगफल = $3x + 4x = 7x$
(ख) $x, 4x$ र $5x$ को योगफल = $x + 4x + 5x = 10x$

- (ग) $2x, 3y$ र $7x$ को योगफल $= 2x + 3y + 7x = 2x + 7x + 3y = 9x + 3y$
 (घ) $2a^2b, 3a^2b$ र $6a^2b$ को योगफल $= 2a^2b + 3a^2b + 6a^2b = 11a^2b$
 (ङ) $12x^2y, 5x^2yz$ र $15x^2y$ को योगफल $= 12x^2y + 5x^2yz + 15x^2y$
 $= 12x^2y + 15x^2y + 5x^2yz = 27x^2y + 5x^2yz$

उदाहरण 3

घटाउनुहोस् :

- (क) $8x$ बाट x (ख) $x + 4x$ बाट $5x$ (ग) $2x - 3y$ बाट $6x$
 (घ) $9a^3b - 7a^2b$ बाट $5a^3b$ (ङ) $2p^2q + 11p^2q$ बाट $5p^2qr$

समाधान

- (क) $8x - x = 7x$
 (ख) $x + 4x - 5x = 5x - 5x = 0$
 (ग) $2x - 3y - 6x = 2x - 6x - 3y = -4x - 3y$
 (घ) $9a^3b - 7a^2b - 5a^3b = 9a^3b - 5a^3b - 7a^2b = 4a^3b - 7a^2b$
 (ङ) $2p^2q + 11p^2q - 5p^2qr = 13p^2q - 5p^2qr$

अभ्यास 12.1

- तल दिइएका वाक्यहरू साँचो वा झुटो के छन् छुट्याउनुहोस् :

(क) x र 3 लाई जोड्दा $3x$ हुन्छ ।
 (ख) x को मान 5 भए x लाई अचलराशि भनिन्छ ।
 (ग) $2a$ र $4a^2$ लाई जोड्दा $6a^2$ हुन्छ ।
 (घ) $5x$ बाट $2x$ घटाउँदा $3x$ हुन्छ ।
 (ङ) $x - 2 = 8$ मा x को मान 10 हुन्छ ।
 (च) यदि $y = 1$ भए $y^2 + 1$ को मान 3 हुन्छ ।
 (छ) यदि $x = 2, y = 3$ भए $x^2 + y^2$ को मान 3 हुन्छ ।
- तल दिइएका प्रत्येक अवस्थामा x, y, z, a, b, c हरू चल वा अचलराशि के हुन्, छुट्याउनुहोस् :

(क) x ले तपाईंसँग भएका किताबहरूको सङ्ख्यालाई जनाउँछ ।
 (ख) y ले तपाईंको विद्यालयमा हुनु भएका जम्मा शिक्षकहरूको सङ्ख्यालाई जनाउँछ ।

- (ग) z ले 2 र 4 बिचको बिजोर सङ्ख्यालाई जनाउँछ ।
 (घ) a को मान 7 हुन्छ ।
 (ङ) b ले 1 र 9 बिचका गन्ती सङ्ख्याहरूलाई जनाउँछ ।
 (च) c ले 1 र 2 को योगफललाई जनाउँछ ।

3. तल दिइएका प्रत्येक अवस्थाहरूको बीजीय अभिव्यञ्जक बनाउनुहोस् :

- (क) रामसँग x ओटा कापीहरू छन् । उनलाई दिदीले 5 ओटा कापी दिनुभयो भने रामसँग कति कापीहरू भए होलान् ?
 (ख) रेस्मासँग भएका y ओटा कलममध्ये आफ्नो साथीलाई 3 ओटा दिइन् भने रेस्मासँग कति कलम बाँकी रहन्छन् होला ?
 (ग) x ओटा लट्ठीमा यसको दोब्बर लट्ठी थपेमा कुल कतिओटा लट्ठी हुन्छन् होला ?
 (घ) राष्ट्रिय मा. वि. का z जना विद्यार्थीमध्ये कुनै दिन y विद्यार्थी गयल भएछन् भने कति विद्यार्थी हाजिर भए होलान् ?
 (ङ) हरिसँग भएका a ओटा बिस्कुटमा उनका साथीले सउटा बिस्कुट दिएछन् भने हरिसँग जम्मा कति बिस्कुटहरू भए होला ?
 (च) माथि दिइएका भनाइहरू कति कति पदीय अभिव्यञ्जकहरू हुन्, लेख्नुहोस् ।

4. योगफल निकाल्नुहोस् :

- (क) $3s$ र $7s$ (ख) $2m$ र $6m$ (ग) $2xy$ र $5xy$ (घ) $6a^2$ र $8a^2$
 (ङ) $5x^2y$ र $3x^2y$ (च) $a, 2a$ र $3a$ (छ) $2x^2, 5x^2$ र $7x^2$
 (ज) $3x^2y, 4x^2y$ र $5xy^2$ (झ) $m^2n, 2mn^2$ र $6mn^2$
 (ञ) $4a^3b, 6a^3b$ र $9ab^3$ (ट) $(2a + 3)$ र $(3a + 5)$
 (ठ) $(3x^2 + 4x + 5)$ र $(5x^2 + 6x + 7)$

5. फरक निकाल्नुहोस् :

- (क) $(3x + 4y)$ बाट $(2x + 2y)$
 (ख) $(6a + 4b)$ बाट $(a + b)$
 (ग) $(6x + 7y + 8z)$ बाट $(2x + 3y + 4z)$
 (घ) $(4a - 3b + 5c)$ बाट $(2a + b - 3c)$
 (ङ) $(7a - 5b - 7c)$ बाट $(a - 2b - 3c)$
 (च) $(2x^2 - xy + y^2)$ बाट $(x^2 - xy + 2y^2)$

(छ) $(6x^3 + 5x^2y + y^3)$ बाट $(2x^3 + 3x^2y + 4y^3)$

6. सरल गर्नुहोस् :

(क) $(4a + 6a - 9a)$

(ख) $5x - 6x + 3x$

(ग) $6m^2 + 3m^2 - 9m^2$

(घ) $(x^2 + xy + y^2) - (x^2 - xy + y^2)$

(ङ) $(5x^2 + xy + y^2) + (3x^2 + 2xy + 4y^2)$

(च) $(2a - 3b + 7c) - (2a + 3b + 7c)$

(छ) $(a + 2b + 3c) - (3a + 4b + 5c)$

(ज) $(6x^3 - 2x^2y - y^3) + (4x^3 + x^2y + 3y^3)$

7. तल दिइएका प्रत्येक रेखाखण्डको जम्मा लम्बाइ निकाल्नुहोस् :

(क) A $\xrightarrow{x \text{ cm}}$ B $\xrightarrow{2x \text{ cm}}$ C

(ख) A $\xrightarrow{x \text{ cm}}$ B $\xrightarrow{(x + 5) \text{ cm}}$ C

(ग) A $\xrightarrow{x \text{ cm}}$ B $\xrightarrow{2x \text{ cm}}$ C $\xrightarrow{3x \text{ cm}}$ D

(घ) A $\xrightarrow{x \text{ cm}}$ B $\xrightarrow{2x \text{ cm}}$ C $\xrightarrow{(x + 6) \text{ cm}}$ D

उत्तर

1 र 2 शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

3. (क) $x + 5$ (ख) $y - 3$ (ग) $x + 2x$ (घ) $z - y$ (ङ) $a + 1$ (च) सबै दुई पदीय

4. (क) $10s$ (ख) $8m$ (ग) $7xy$ (घ) $14a^2$ (ङ) $8x^2y$ (च) $6a$ (छ) $14x^2$

(ज) $7x^2y + 5xy^2$ (झ) $m^2n + 8mn^2$ (ञ) $10a^3b + 9ab^3$

(ट) $5a + 8$ (ठ) $8x^2 + 10x + 12$

5. (क) $x + 2y$ (ख) $5a + 3b$ (ग) $4x + 4y + 4z$ (घ) $2a - 4b + 8c$

(ङ) $6a - 3b - 4c$ (च) $x^2 - y^2$ (छ) $4x^3 + 2x^2y - 3y^3$

6. (क) a (ख) $2x$ (ग) 0 (घ) $2xy$ (ङ) $8x^2 + 3xy + 5y^2$

(च) $-6b$ (छ) $-2a - 2b - 2c$ (ज) $10x^3 - x^2y + 2y^3$

7. (क) $3x \text{ cm}$ (ख) $(2x + 5) \text{ cm}$ (ग) $6x \text{ cm}$ (घ) $4x + 6$

12.2 बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणन (Multiplication of algebraic expression)

12.2.1 एकपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणन (Multiplication of monomial algebraic expressions)

क्रियाकलाप 1

लम्बाइ $3a$ cm र चौडाइ $2b$ cm भएको आयत बनाउनुहोस् । चित्रमा दिइएजस्तै गरी लम्बाइलाई प्रत्येक a cm र चौडाइलाई प्रत्येक b cm मा टुक्रा हुने गरी साना साना आयतहरू बनाउनुहोस् र सानो तथा ठुलो आयतको क्षेत्रफल निकालेर साधीहरूसँग छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

प्राप्त निष्कर्षलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

अब, आयत ABCD को क्षेत्रफल = 6 ओटा साना आयतको क्षेत्रफल

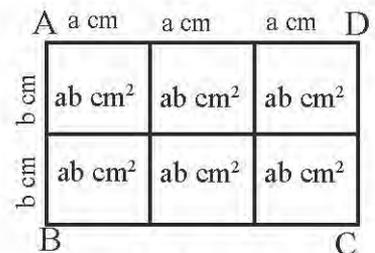
$$\begin{aligned} &= (ab + ab + ab + ab + ab + ab) \text{ cm}^2 \\ &= 6ab \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

फेरि, आयत ABCD को क्षेत्रफल = लम्बाइ \times चौडाइ

$$6ab \text{ cm}^2 = 3a \times 2b$$

तसर्थ,

$$3a \times 2b = 6ab \text{ cm}^2$$



एकपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनमा माथिको पहिलो भाग $3a$ मा रहेको गुणाङ्क 3 ले $2b$ मा रहेको गुणाङ्क 2 लाई गुणन ($3 \times 2 = 6$) गरी चलहरूको गुणनफल ab सँग गुणन गरिन्छ ।

एकपदीय अभिव्यञ्जकहरूको गुणनमा गुणाङ्कहरूको गुणनफललाई चल राशिहरूको गुणनफलको अगाडि राख्ने गरिन्छ । यदि गुणाङ्कहरूको गुणनफल 1 भएमा यसलाई लेख्ने गरिदैन, जस्तै : $3a, 1 \times b = b, a \times b = ab$

उदाहरण 1

१. गुणन गर्नुहोस् :

(क) $2x \times 3x$ (ख) $3y \times 4y \times 5y$ (ग) $5c \times 7d$ (घ) $\frac{2}{3}a \times 6b \times \frac{c}{4}$

समाधान

यहाँ, (क) $2x \times 3x = 2 \times 3 \times x \times x = 6 \times x^2 = 6x^2$

(ख) $3y \times 4y \times 5y = 3 \times 4 \times 5 \times y \times y \times y = 60 \times y^3 = 60y^3$

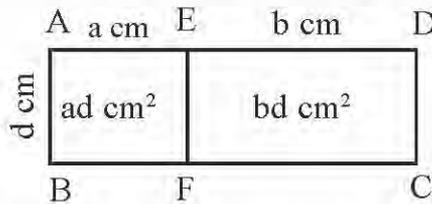
(ग) $5c \times 7d = 5 \times 7 \times c \times d = 35 \times cd = 35cd$

(घ) $\frac{2}{3}a \times 6b \times \frac{c}{4} = \frac{2}{3} \times 6 \times \frac{1}{4} \times a \times b \times c = \frac{12}{12} \times abc$
 $= 1 \times abc = abc$

12.2.2 द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन गर्ने (Multiplication of binomial by monomial algebraic expressions)

क्रियाकलाप 2

लम्बाइ $(a + b)$ cm र चौडाइ d cm भएको आयतको क्षेत्रफल कति हुन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।



यहाँ, आयत ABCD को क्षेत्रफल आयत = आयत ABFE को क्षेत्रफल + आयत EFCD को क्षेत्रफल

$$= ad \text{ cm}^2 + bd \text{ cm}^2$$

$$= (ad + bd) \text{ cm}^2$$

फेरि, आयत ABCD को क्षेत्रफल = लम्बाइ \times चौडाइ

$$(ad + bd) \text{ cm}^2 = (a + b) \times d$$

तसर्थ,

$$(a + b) \times d = (ad + bd)$$

द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले गुणन गर्दा एक पदीय अभिव्यञ्जकले द्विपदीय अभिव्यञ्जकको प्रत्येक पदलाई गुणन आएको गुणनफललाई जोडेर राखिन्छ ।

उदाहरण 2

गुणन गर्नुहोस् :

(क) $3x \times (4y + 5z)$ (ख) $8a \times (2a + 9ac)$

समाधान

यहाँ, (क) $3x \times (4y + 5z) = 3x \times 4y + 3x \times 5z = 12xy + 15xz$

(ख) $8a \times (2a + 9ac) = 8a \times 2a + 8a \times 9ac = 16a^2 + 72a^2c$

उदाहरण 3

मान निकाल्नुहोस् :

यदि $x = 2$ र $y = 3$ भए

(क) $x^2 + y^2$

(ख) $x^2 + 2xy + y^2$

(ग) $x^3 - 2x^2y + y^2$

समाधान

यहाँ, $x = 2$ र $y = 3$

(क) $x^2 + y^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

(ख) $x^2 + 2xy + y^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 3 + 3^2 = 4 + 12 + 9 = 25$

(ग) $x^3 - 2x^2y + y^2 = 2^3 - 2 \times 2^2 \times 3 + 3^2 = 8 - 24 + 9 = 8 + 9 - 24$
 $= 17 - 24 = -7$

अभ्यास 12.2

1. तलका वाक्यहरूको खाली ठाउँमा उपयुक्त मान भर्नुहोस् :

(क) x र 1 को गुणनफल हुन्छ ।

(ख) $2a$ ले 0 लाई गुणन गर्दा आउँछ ।

(ग) $3x$ र 4 को गुणनफल हुन्छ ।

(घ) $5y$ लाई ले गुणन गर्दा $15y$ हुन्छ ।

(ङ) $3y(2x - 2) = \dots\dots\dots$ हुन्छ ।

(च) यदि $p = 2$ भए $p^2 - 1$ को मान आउँछ ।

(छ) यदि $a = 2$ र $b = 3$ भए $a(a + b)$ को मान हुन्छ ।

2. गुणन गर्नुहोस् :

(क) $0 \times a$ (ख) $1 \times b$ (ग) $2a \times 9b$ (घ) $a \times b \times c$ (ङ) $8b \times 9c$

(च) $2p \times 3q \times 4r$ (छ) $2a \times 5a$ (ज) $4x \times 7x$

(भ) $3l \times 4m \times 5n$ (ज) $2x \times 4y \times 5y$ (ट) $5p \times 6p \times 7q$
 (ठ) $\frac{2x}{5} \times 20y \times \frac{z}{4}$

3. गुणन गर्नुहोस् :

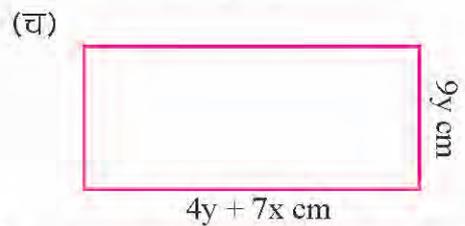
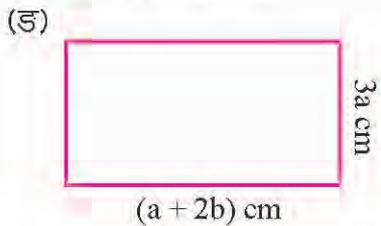
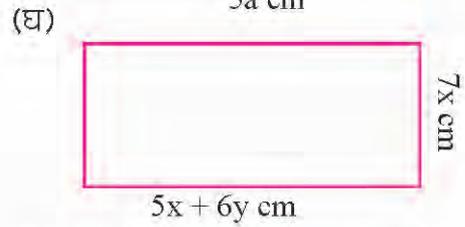
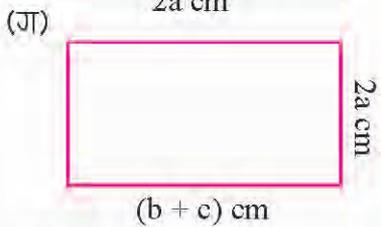
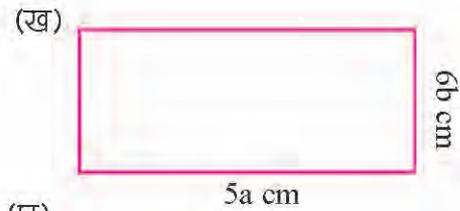
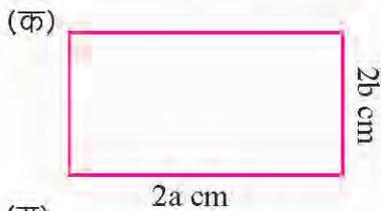
(क) $a \times (b + c)$ (ख) $2x \times (3y + 4z)$ (ग) $2p \times (q + 3)$
 (घ) $3l \times (2l + 3m)$ (ङ) $3a \times (5a + 7b)$ (च) $2x \times (3x + 4y)$
 (छ) $5x \times (4x - 5y)$

4. दिइएको चित्रका आधारमा तलका प्रश्नहरूको उत्तर पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) आयतको क्षेत्रफल कति होला ?
 (ख) उक्त आयतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) यदि $x = 7\text{cm}$ भए उक्त आयतको क्षेत्रफल र परिमिति कति कति होला ?



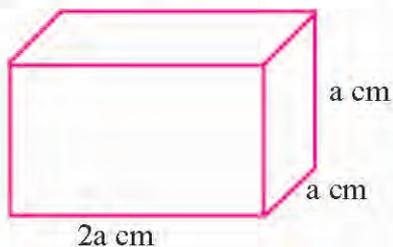
5. आयतको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ (l) × चौडाइ (b) हुन्छ । तलका प्रत्येक आयतको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



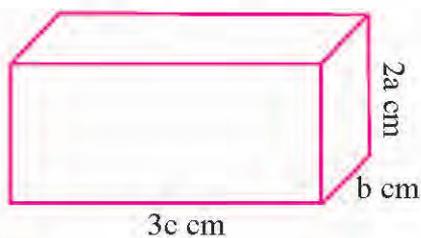
6. प्रश्न न. 5 मा $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $x = 4$ र $y = 5$ भए प्रत्येक आयतको वास्तविक क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

7. आयताकार ठोस वस्तुको आयतन $(V) = \text{लम्बाइ } (l) \times \text{चौडाइ } (b) \times \text{उचाइ } (h)$ हुन्छ । तलका प्रत्येक आयताकार वस्तुको आयतन निकाल्नुहोस् ।

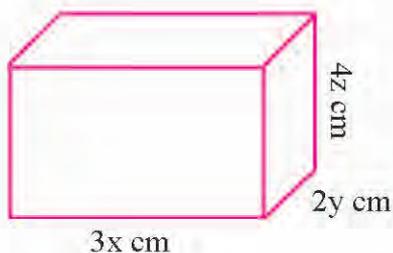
(क)



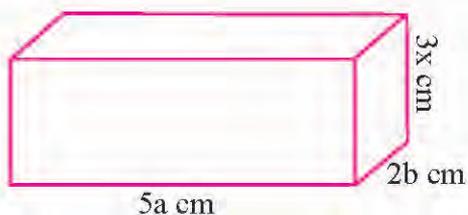
(ख)



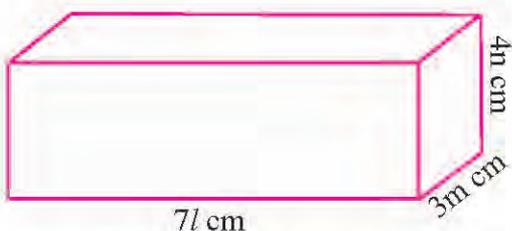
(ग)



(घ)



(ङ)



8. यदि $a = -2$, $b = 3$ र $c = 4$ भए तल दिइएका अभिव्यञ्जकहरूको मान निकाल्नुहोस् :

(क) $a + b$

(ख) $a - b + c$

(ग) $2a + 3b + 4c$

(घ) $5a - 3c + 7b$

(ङ) $3a \times 4b \times 5c$

(च) $6a^2 + 5b^2 - 7c^2$

(छ) $a^2 + 2abc + b^2$

(ज) $b^2 + 2bc - ac^2$

उत्तर

- (क) x (ख) 0 (ग) $12x$ (घ) 3 (ङ) $6xy - 6y$ (च) 3 (छ) 10
- (क) 0 (ख) b (ग) $18ab$ (घ) abc (ङ) $72bc$ (च) $24pqr$
(छ) $10a^2$ (ज) $28x^2$ (झ) $60/mn$ (ञ) $40xy^2$ (ट) $210p^2q$ (ठ) $2xyz$
- (क) $ab + ac$ (ख) $6xy + 8zx$ (ग) $2pq + 6p$ (घ) $6l^2 + 9/m$
(ङ) $15a^2 + 21ab$ (च) $6x^2 + 8xy$ (छ) $20x^2 - 25xy$
- (क) $6x^2$ (ख) $10x$ (ग) 294 cm^2 र 70 cm
- (क) $4ab \text{ cm}^2$ (ख) $30ab \text{ cm}^2$ (ग) $(2ab + 2ac) \text{ cm}^2$
(घ) $(35x^2 + 42xy) \text{ cm}^2$ (ङ) $(3a^2 + 6ab) \text{ cm}^2$ (च) $(36y^2 + 63xy) \text{ cm}^2$
- (क) 8 cm^2 (ख) 60 cm^2 (ग) 10 cm^2 (घ) 1400 cm^2 (ङ) 15 cm^2
(च) 2160 cm^2
- (क) $2a^3 \text{ cm}^3$ (ख) $6abc \text{ cm}^3$ (ग) $24xyz \text{ cm}^3$ (घ) $30abx \text{ cm}^3$
(ङ) $84/mn \text{ cm}^3$
- (क) 1 (ख) -1 (ग) 21 (घ) -1 (ङ) -1440 (च) 181 (छ) -35 (ज) 65

12.3.1 एकपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले भाग गर्ने (Division of monomial by monomial algebraic expression)

क्रियाकलाप 1

क्षेत्रफल $4xy \text{ cm}^2$ र लम्बाइ $2x \text{ cm}$ भएको आयताकार खेतको चौडाइ कति होला ? छलफल गर्नुहोस् ।

यहाँ, आयत ABCD को क्षेत्रफल $(A) = 4xy \text{ cm}^2$

$$\text{लम्बाइ (l)} = 2x \text{ cm}$$

$$\text{चौडाइ (b)} = ?$$

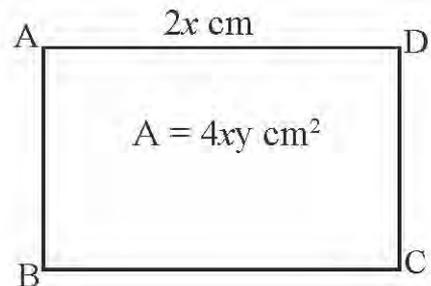
$$\text{अब, } A = l \times b$$

$$\text{or, } \frac{A}{l} = \frac{l \times b}{l}$$

$$\text{or, } b = \frac{A}{l}$$

$$\text{or, } b = \frac{4xy}{2x}$$

$$\therefore b = 2y \text{ cm}$$



12.3.2 द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले भाग गर्ने (Division of binomial by monomial algebraic expression)

क्रियाकलाप 1

क्षेत्रफल $(6x^2 + 9x) \text{ cm}^2$ र चौडाइ $3x \text{ cm}$ भएको आयताकार खेतको लम्बाइ कति होला ?

यहाँ, आयत ABCD को क्षेत्रफल $(A) = (6x^2 + 9x) \text{ cm}^2$

चौडाइ $(b) = 3x \text{ cm}$

लम्बाइ $(l) = ?$

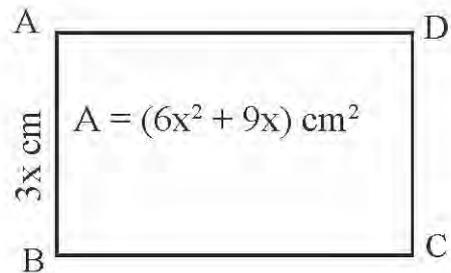
अब, $A = l \times b$

$$\text{or, } \frac{A}{b} = \frac{l \times b}{b}$$

$$\text{or, } l = \frac{6x^2 + 9x}{3x}$$

$$\text{or, } l = \frac{6x^2}{3x} + \frac{9x}{3x}$$

$$\therefore l = (2x + 3) \text{ cm}$$



द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एकपदीय अभिव्यञ्जकले भाग गर्दा हरको अभिव्यञ्जकले अंशका दुवै अभिव्यञ्जकलाई छुट्टाछुट्टै भाग गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 1

भाग गर्नुहोस् :

(क) $12ab \div 4a$ (ख) $18a^2b \div 3ab$ (ग) $(21x^3y^2 - 56x^2y^3) \div 7x^2y^2$

समाधान

(क) यहाँ $12ab \div 4a = \frac{12ab}{4a} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times a \times b}{2 \times 2 \times a} = 3b$

(ख) यहाँ $18a^2b \div 3ab = \frac{18a^2b}{3ab} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times a \times a \times b}{3 \times a \times b} = 2 \times 3 \times a = 6a$

$$\begin{aligned}
 \text{(ग) यहाँ, } (21x^3y^2 - 56x^2y^3) \div 7x^2y^2 &= \frac{21x^3y^2 - 56x^2y^3}{7x^2y^2} \\
 &= \frac{21x^3y^2}{7x^2y^2} - \frac{56x^2y^3}{7x^2y^2} \\
 &= \frac{3 \times 7 \times x^2 \times x \times y^2}{7 \times x^2 \times y^2} - \frac{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times x^2 \times y^2 \times y}{7 \times x^2 \times y^2} \\
 &= 3 \times x - 2 \times 2 \times 2 \times y \\
 &= 3x - 8y
 \end{aligned}$$

अभ्यास 12.3

1. भाग गर्नुहोस् :

(क) $ab \div a$ (ख) $3x^2y \div y$ (ग) $20x^3y^2 \div 4x^2y$ (घ) $12x^3y^3z^2 \div 3x^3y^2z$
 (ङ) $36l^7m^3n^2 \div 4l^6m^2n$ (च) $100p^4q^7r^6 \div 25p^3q^4r^5$

2. भाग गर्नुहोस् :

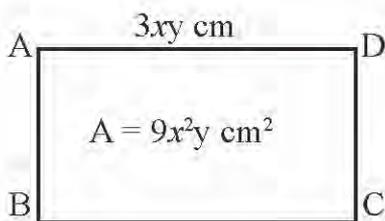
(क) $(xy + xz) \div x$ (ख) $(x^2 - 2xy) \div x$
 (ग) $(a^2bc + abc^2) \div abc$ (घ) $(5l^2m - 15lm^2) \div 5lm$
 (ङ) $(14p^3q^2 + 49p^2q^3) \div 7p^2q^2$ (च) $(36ax^3y^3 - 18bx^2y^2) \div 9x^2y^2$
 (छ) $(40u^3v^2 - 24u^2v^3) \div 8u^2v^2$

3. (क) सडटा आयतकार जग्गाको क्षेत्रफल $9x^2y^3$ वर्ग मिटर छ भने उक्त जग्गाको लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला ?

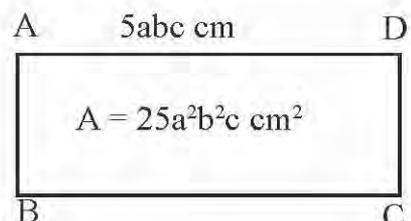
(ख) सडटा आयतकार बगैँचाको क्षेत्रफल $32a^2b^2$ वर्ग मिटर छ भने उक्त बगैँचाको लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला ?

4. तल दिइएका आयतको बाँकी भुजाको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् :

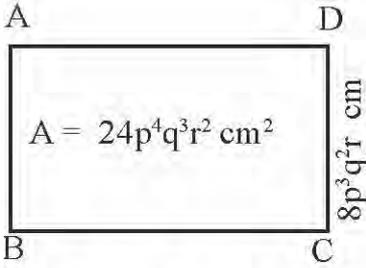
(क)



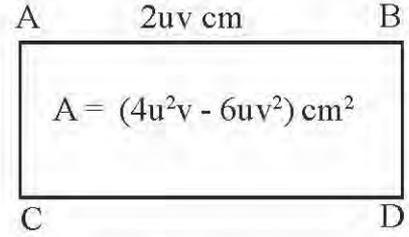
(ख)



(ग)



(घ)



5. दायाँको चित्रमा **ABCD** आयात हो । दिइएको जानकारीका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस् :

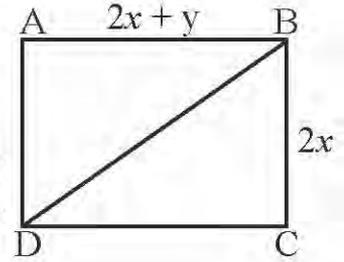
(क) आयतको परिमिति कति होला ?

(ख) आयतको क्षेत्रफल कति होला ?

(ग) DB ले आयत ABCD लाई बराबर 2 भागमा विभाजन गरेको छ । ΔABD को क्षेत्रफल कति हुन्छ होला ?

(घ) लम्बाइमा कति घटाउँदा आयत वर्ग हुन्छ होला ?

(ङ) उक्त वर्गको क्षेत्रफल कति होला ?



उत्तर

- (क) b (ख) $3x^2$ (ग) $5xy$ (घ) $4yz$ (ङ) $9/mn$ (च) $4pq^3r$
- (क) $y + z$ (ख) $(x - 2y)$ (ग) $a + c$ (घ) $l - 3m$ (ङ) $2p + 7q$
(च) $4axy - 2b$ (छ) $5u - 3v$
- उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
- (क) $3x \text{ cm}$ (ख) $5ab \text{ cm}$ (ग) $3pqr \text{ cm}$ (घ) $(2u - 3v) \text{ cm}$
- (क) $8x + 2y$ (ख) $4x^2 + 2xy$ (ग) $2x^2 + xy$ (घ) y (ङ) $4x^2$

समीकरण, असमानता र लेखाचित्र (Equation, Inequality and Graph)

13.0 पुनरवलोकन (Review)

तलका भनाइहरूलाई गणितीय वाक्यमा कसरी लेखिन्छ होला, छलफल गर्नुहोस् :

- (क) रामसँग 20 भन्दा कम रुपियाँ छ ।
 - (ख) शैलेशको उमेर बढीमा 12 वर्ष छ ।
 - (ग) म हरेक दिन बिहान कम्तीमा 3 km हिँड्छु ।
- माथिका भनाइहरूलाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,
- (क) $x < 20$ (ख) $x \leq 12$ (ग) $x \geq 3$

13.1 गणितीय वाक्यहरू (Mathematical statements)

क्रियाकलाप 1

गणितका चार आधारभूत क्रियाहरू जोड, घटाउ, गुणन तथा भाग प्रयोग भएका गणितीय भनाइहरूलाई गणितीय वाक्य भनिन्छ । चित्रमा दिइएका कक्षाकोठाको शैक्षणिक पाटीमा भएका गणितीय वाक्यहरू अध्ययन गर्नुहोस् :

गणितीय वाक्यहरू (Mathematical statements)

- (क) 2 जोर रूठ सङ्ख्या हो ।
- (ख) $3 + 5 = 8$ हुन्छ ।
- (ग) 4 र 6 को बिचमा सडटा विजोर सङ्ख्या हुन्छ ।
- (घ) 3 र 5 को गुणनफल 8 हुन्छ ।
- (ङ) 9 र 7 को फरक 3 हुन्छ ।
- (छ) 18 का गुणनखण्ड x हो ।
- (ज) $x \neq 5$
- (झ) $y < 7$

माथि दिइएका कुन कुन वाक्यहरूलाई साँचो वा भ्रुटो वाक्यहरू हुन् भनेर यकिनका साथ भन्न सकिन्छ होला ? साँचो वा भ्रुटो यकिन गर्न नसकिने वाक्य पनि छन् कि ? त्यस्ता वाक्य कस्ता वाक्य होलान् ? छलफल गर्नुहोस् ।

साँचो वाक्य	भ्रुटो वाक्य	खुला वाक्य
(क) 2 जोर रूढ सङ्ख्या हो ।	(घ) 3 र 5 को गुणनफल 8 हुन्छ ।	(च) 18 को गुणनखण्ड x हो ।
(ख) $3 + 5 = 8$ हुन्छ ।	(ङ) 9 र 7 को फरक 3 हुन्छ ।	(छ) $x \neq 5$
(ग) 4 र 6 का बिचमा सडटा बिजोर सङ्ख्या हुन्छ ।		(ज) $y < 7$

माथि दिइएका क, ख र ग मा दिइएका वाक्यहरू साँचो वाक्य हुन् भने घ र ङ मा दिइएका वाक्यहरू भ्रुटा वाक्यहरू हुन् जुन यकिनका साथ भन्न सकिन्छ । तर च, छ र ज मा दिइएका वाक्यहरू साँचो वा भ्रुटो के हुन् यकिन गरेर भन्न सकिँदैन । यस्ता गणितीय वाक्यहरूमा चलराशिको मान दुई वा दुईभन्दा बढी मानहरू राख्दा मात्र साँचो हुन्छन्, जस्तो $x = 1, 2, 3, 6, 9, 18$ हुँदा मात्र (च) मा दिइएको वाक्य साँचो हुन्छ । यस्ता गणितीय वाक्यहरू नै खुला गणितीय वाक्यहरू हुन् ।

साँचो वा भ्रुटो यकिन गरेर भन्न नसकिने गणितीय वाक्यलाई खुला (Open statement) भनिन्छ ।

अभ्यास 13.1

1. तल दिइएका प्रत्येक गणितीय वाक्यहरू साँचो वा भ्रुटो के हुन्, छुट्याउनुहोस् :

- (क) 4 र 3 को योगफल 7 हुन्छ ।
- (ख) 8 र 5 को फरक 3 हुन्छ ।
- (ग) 3 सडटा जोर सङ्ख्या हो ।
- (घ) 2 तीनभन्दा सानो अङ्क हो ।
- (ङ) 5 र 6 बराबर होइनन् ।

- (च) 3 cm भुजा भएको वर्गको क्षेत्रफल 6 cm^2 हुन्छ ।
 (छ) 1 घण्टामा 3600 सेकेन्ड हुन्छ ।
 (ज) 25 लाई 3 ले भाग गर्दा शेष 2 रहन्छ ।
 (झ) 12 को वर्ग 24 हो ।
 (ञ) 6 र 4 को योगफलसँग 2 र 5 को गुणनफल बराबर हुन्छ ।
 (ट) 1 देखि 10 सम्म जम्मा 3 ओटा रूढ सङ्ख्या हुन्छन् ।
 (ठ) 18 को गुणनखण्ड 3 र 6 गरी जम्मा 2 ओटा हुन्छन् ।
 (ड) $y + 3 = 7$ भए $y = 4$ हुन्छ ।
 (ढ) $1 + 3 > 2 + 1$
 (ण) $4 + 5 < 6 - 1$

2. तल दिइएका प्रत्येक गणितीय वाक्यहरू साँचो, भ्रुटो वा खुला के हुन्, छुट्याउनुहोस् :

- (क) 5 सउटा रूढ सङ्ख्या हो ।
 (ख) 2 को घन सङ्ख्या 9 हो ।
 (ग) y सङ्ख्या 7 भन्दा सानो सङ्ख्या हो ।
 (घ) 10 देखि 30 सम्म तीनओटा वर्ग सङ्ख्या हुन्छन् ।
 (ङ) x ले 15 लाई निःशेष भाग लाग्छ ।
 (च) z , 5 को अपवर्त्य सङ्ख्या हो ।
 (छ) यदि $a = 3$ भए $2a^2 = 9$ हुन्छ ।
 (ज) b ले 10 देखि 20 सम्मका जोर सङ्ख्या जनाउँछ ।
 (झ) 3 सउटा बिजोर सङ्ख्या हो ।
 (ञ) $x - 3 = 2$ भए $x = 6$ हुन्छ ।

3. तलका प्रत्येक गणितीय खुला वाक्यहरूलाई साँचो वाक्य बनाउन दिइएका चलराशि x , y तथा z को मान कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (क) x ले 8 लाई गुणन गर्दा गुणनफल 24 हुन्छ ।
 (ख) $y \div 3 = 5$ हुन्छ ।
 (ग) z सउटा बिजोर सङ्ख्या हो ।
 (घ) $x \in \{\text{जोर सङ्ख्या}\}$

- (ड) x र 15 को योगफल 15 हुन्छ ।
 (च) $y > 7$
 (छ) $y \neq 13$
 (ज) 9 र 12 बिचको सउटा बिजोर सङ्ख्या x हो ।
 (झ) $y - 6 = 10$
 (ञ) $x - 3 < 9$
 (ट) $2z > 6$

परियोजना कार्य

इन्टरनेटबाट वा अभिभावक तथा छिमेकीसँग सोधेर दशओटा गणितीय वाक्यहरूको खोजी गर्नुहोस् र ती वाक्यहरू साँचो, भुटो वा गणितीय खुला वाक्यहरू के हुन् कारणसहित छुट्याउनुहोस् । सो को प्रतिवेदन तयार गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1 र 2 का उत्तरहरू शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

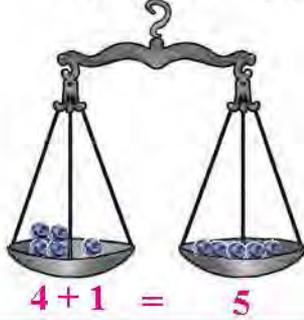
3. (क) $x = 3$ (ख) $y = 15$ (ग) $z = 1$ (घ) $x = 2$ (ङ) $x = 0$ (च) $y = 8$
 (छ) $y = 12$ (ज) $x = 11$ (झ) $y = 16$ (ञ) $x = 4$ (ट) $z = 4$

13.2 समीकरण र बराबरी तथ्यहरू (Equation and equal axioms)

तीन तीनओटा गणितीय खुला वाक्यहरू लेख्नुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

- ती गणितीय खुला वाक्यहरूमा चल र अचलराशिहरू कुन कुन हुन् ?
- प्रत्येक खुला वाक्यहरूमा चलराशिहरूको मान कति हुँदा ती वाक्यहरू साँचो हुन्छन् ?
- प्रत्येक खुला वाक्यहरूमा दायाँ र बायाँ पक्षलाई कुन चिह्नले जोडेको छ ?

बराबर भएका (=)



बराबर नभएका (\neq)



बीजीय अभिव्यञ्जकहरूलाई बराबर चिह्न '=' ले जोडेर बनेको गणितीय खुला वाक्यलाई समीकरण भनिन्छ । समीकरणमा चल र अचलराशिहरूमध्ये चल राशिको मान पत्ता लगाइन्छ जसले प्रत्येक गणितीय खुला वाक्यहरूलाई साँचो बनाउँछ । समीकरण $x + 2 = 5$ मा $x = 3$ हुँदा खुला वाक्य साँचो हुन्छ । त्यसैले समीकरण $x + 2 = 5$ को हल $x = 3$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

हल गर्नुहोस् :

- (a) $x + 5 = 12$ (b) $3x = 18$

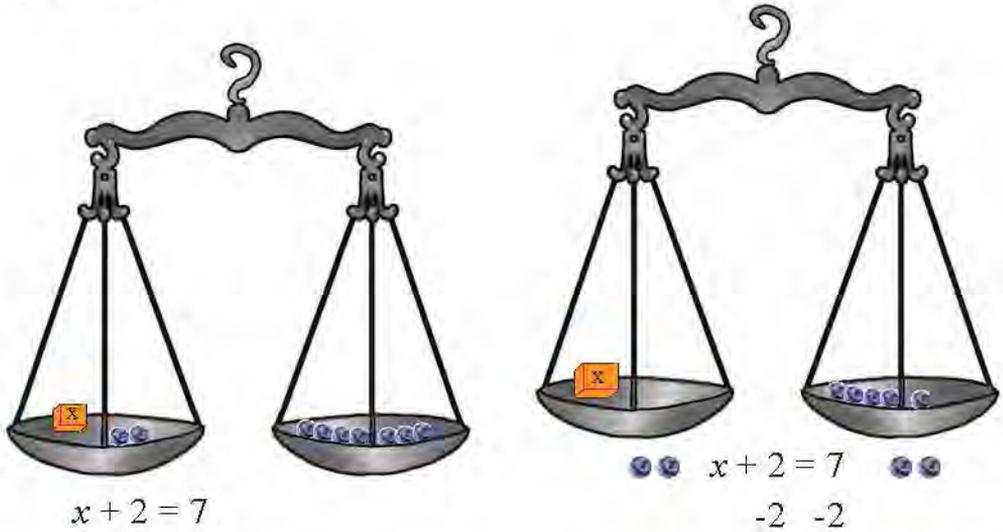
समाधान

- दिएको, $x + 5 = 12$ (i)
यहाँ, $x = 7$ हुँदा समीकरण (i) साँचो हुन्छ ।
त्यसैले, $x = 7$ हुन्छ ।
- दिएको, $3x = 18$ (i)
यहाँ, $x = 6$ हुँदा समीकरण (i) साँचो हुन्छ ।
त्यसैले, $x = 6$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

तल चित्रमा देखाइएको जस्तै गरी तराजुको प्रयोग गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् :

- (क) के पहिलो तराजुको दायाँ तिर x लेखिएको ढक र 2 ओटा गुच्चा र बायाँतिर 7 ओटा गुच्चाहरू राख्दा तराजु सन्तुलनमा छ ? यसको गणितीय खुला वाक्य लेख्नुहोस् ।
- (ख) के तराजुको दुवैतिरबाट दुई दुईओटा गुच्चा भिक्दा तराजुको सन्तुलन ठिक छ ?
- (ग) तराजुको दायाँतिरबाट 1 ओटा गुच्चा र बायाँ तिरबाट 2 ओटा गुच्चा भिकेको भए तराजुको सन्तुलन कस्तो हुन्थ्यो होला ?
- (घ) तराजुको दुवैतिर दुई दुईओटा गुच्चा थपिदिएको भए तराजुको सन्तुलन कस्तो हुन्थ्यो होला ?



तराजुको दुवैतिरबाट बराबर परिमाण भिक्दा वा दुवैतिर राख्दा तराजुको सन्तुलन कायम हुन्छ ।

बराबरी तथ्यहरू

जोडको बराबरी तथ्य : बराबर परिमाणमा बराबर परिमाण जोड्दा परिमाण पनि बराबर हुन्छ ।

घटाउको बराबरी तथ्य : बराबर परिमाणबाट बराबर परिमाण घटाउँदा परिमाण पनि बराबर हुन्छ ।

गुणनको बराबरी तथ्य : बराबर परिमाणलाई बराबर परिमाणले गुणन गर्दा परिमाण पनि बराबर हुन्छ ।

भागको बराबरी तथ्य : बराबर परिमाणलाई बराबर परिमाणले भाग गर्दा परिमाण पनि बराबर हुन्छ ।

जोडको बराबरी तथ्य

उदाहरण 2

हल गर्नुहोस् : $x - 3 = 5$

समाधान

$$\text{यहाँ, } x - 3 = 5$$

$$\text{or, } x - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$\therefore x = 8$$

बराबर परिमाणको दुवैतिर बराबर परिमाण जोडेको

घटाउको बराबरी तथ्य

उदाहरण 3

हल गर्नुहोस् : $x + 2 = 9$

समाधान

$$\text{यहाँ, } x + 2 = 9$$

$$\text{or, } x + 2 - 2 = 9 - 2$$

$$\therefore x = 7$$

बराबर परिमाणको दुवैतिर बराबर परिमाण घटाएको

गुणनको बराबरी तथ्य

उदाहरण 4

हल गर्नुहोस् : $\frac{x}{3} = 3$

समाधान

$$\text{यहाँ, } \frac{x}{3} = 3$$

$$\text{or, } \frac{x}{3} \times 3 = 3 \times 3$$

$$\therefore x = 9$$

बराबर परिमाणलाई दुवैतिर बराबर परिमाणले गुणन गरेको

भागको बराबरी तथ्य

उदाहरण 5

$$\text{हल गर्नुहोस् : } 7x = 49$$

समाधान

$$\text{यहाँ, } 7x = 49$$

$$\text{or, } \frac{7x}{7} = \frac{49}{7}$$

$$\therefore x = 7$$

बराबर परिमाणलाई दुवैतिर बराबर परिमाणले भाग गरेको

उदाहरण 6

$$\text{हल गर्नुहोस् : } 5x + 3 = 18$$

समाधान

$$\text{यहाँ, } 5x + 3 = 18$$

$$\text{or, } 5x + 3 - 3 = 18 - 3 \text{ (किन ?)}$$

$$\text{or, } 5x = 15$$

$$\text{or, } \frac{5x}{5} = \frac{15}{5} \text{ (किन ?)}$$

$$\therefore x = 3$$

उदाहरण 7

एउटा सङ्ख्याको 3 गुणामा 4 जोड्दा योगफल 22 हुन्छ भने त्यो सङ्ख्या कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ, आवश्यक सङ्ख्या = x , मानौं

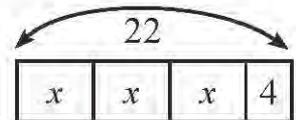
$$\text{प्रश्नबाट, } 3x + 4 = 22$$

$$\text{or, } 3x + 4 - 4 = 22 - 4 \text{ (किन ?)}$$

$$\text{or, } 3x = 18$$

$$\text{or, } \frac{3x}{3} = \frac{18}{3} \text{ (किन ?)}$$

$$\therefore x = 6$$



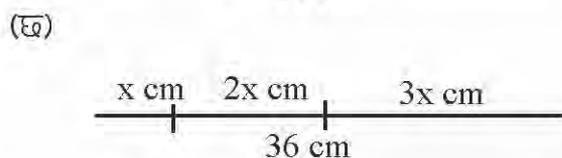
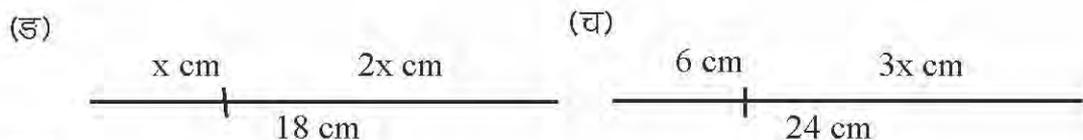
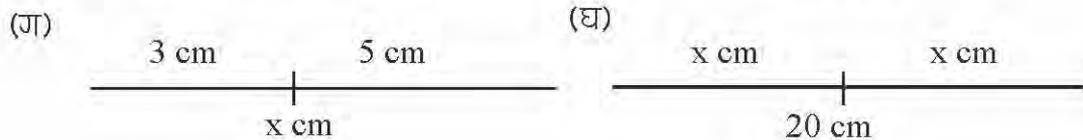
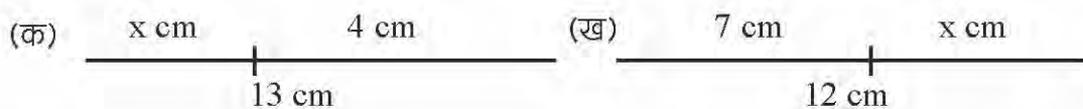
$$3x = 22 - 4$$

$$x = \frac{18}{3} = 6$$

अभ्यास 13.2

- तल दिइएका प्रत्येक समीकरणहरूको बराबरी तथ्यहरू प्रयोग गरी हल गर्नुहोस् :
(क) $x + 4 = 5$ (ख) $u + 2 = 8$ (ग) $x - 9 = 1$ (घ) $q - 5 = 9$
(ङ) $10 - x = 3$ (च) $13 - x = 2$ (छ) $3x = 12$ (ज) $9x + 2 = 20$
(झ) $11x - 3 = 41$ (ञ) $\frac{r}{2} = 5$ (ट) $\frac{z}{6} = 4$ (ठ) $\frac{x}{5} + 1 = 8$
(ड) $\frac{y}{4} - 3 = 1$ (ढ) $\frac{48}{x} = 12$ (ण) $27 - 2m = 3$ (त) $\frac{8}{x} + 3 = 7$
- तल दिइएका प्रत्येक अवस्थामा समीकरण बनाई हल गर्नुहोस् :
(क) 2 मा x जोड्दा योगफल 7 हुन्छ ।
(ख) s मा 5 जोड्दा योगफल 9 हुन्छ ।
(ग) y मा 3 घटाउँदा बाँकी 7 हुन्छ ।
(घ) 15 बाट z घटाउँदा बाँकी 11 हुन्छ ।
(ङ) 3 ले x लाई गुणन गर्दा गुणनफल 18 हुन्छ ।
(च) 2 ले k लाई गुणन गरी 5 जोड्दा योगफल 21 हुन्छ ।
(छ) x लाई 6 ले भाग गर्दा भागफल 6 हुन्छ ।
(ज) y लाई 9 ले भाग गरी 5 जोड्दा योगफल 12 हुन्छ ।
(झ) x को एक तिहाइमा 7 जोड्दा योगफल 25 हुन्छ ।
(ञ) x को एक चौथाइबाट 3 घटाउँदा बाँकी 2 हुन्छ ।
- जगन्नाथसँग भएको रकमको दुई गुणा उनकी आमाले दिँदा जगन्नाथसँग रु. 75 हुन्छ भने आमाले जगन्नाथलाई कति रुपियाँ दिइकी रहिछन् ?
- सन्तोषको जन्मदिनमा उनका दुई जना साथीले एक एक प्याकेट चकलेट दिइछन् । उनका बाबाले पाँचओटा चकलेट थपि दिँदा सन्तोषसँग 35 ओटा चकलेट भयो भने एक प्याकेटमा कतिओटा चकलेट थिए ?
- खडोसको एक महिनामा रु. 16,500 खर्च हुन्छ र महिनामा रु. 12,500 बचत हुन्छ भने आम्दानी कति रहेछ ?
- प्रमिलासँग 25 ओटा सिसाकलम छन् । केशवले आफूसँग भएको सिसाकलमको एक तिहाइ प्रमिलालाई दिँदा अब उनीसँग 50 ओटा सिसाकलम भए भने केशवसँग कतिओटा सिसाकलम रहेछन् ?

7. तल दिइएका प्रत्येक अवस्थामा समीकरण बनाई x को मान निकाल्नुहोस् :



उत्तर

1. (क) 1 (ख) 6 (ग) 10 (घ) 14 (ङ) 7 (च) 11
 (छ) 4 (ज) 2 (झ) 4 (ञ) 10 (ट) 24 (ठ) 35
 (ड) 16 (ढ) 4 (ण) 12 (त) 2
2. (क) 5 (ख) 4 (ग) 10 (घ) 4 (ङ) 6 (च) 8
 (छ) 36 (ज) 63 (झ) 54 (ञ) 20
3. 25
4. 15
5. 29,000
6. 75
7. (क) $x = 9$ (ख) $x = 5$ (ग) $x = 8$ (घ) $x = 10$
 (ङ) $x = 6$ (च) $x = 6$ (छ) $x = 6$

13.3 ट्रिकोटोमी नियम (Trichotomy laws)

क्रियाकलाप 3

कुनै सउटा सङ्ख्या र त्यस सङ्ख्याको अगाडि र पछाडिका पाँच पाँचओटा सङ्ख्याहरू लेख्नुहोस् । अब, पहिलो सङ्ख्यासँग अगाडि र पछाडिका पाँच पाँचओटा सङ्ख्याहरूबिचको सम्बन्ध ठुलो, सानो तथा बराबर कस्तो पाउनुभयो । भन्दा ठुलो, भन्दा सानो वा बराबर चिह्नको प्रयोग गरी लेख्नुहोस् ।

कुनै पनि दुई सङ्ख्याहरूबिच तीनओटा सम्बन्धहरू भन्दा “ठुलो ($>$), बराबर ($=$) वा भन्दा सानो ($<$)” हुन्छ, यसै नियमलाई ट्रिकोटोमी नियम भनिन्छ । यदि, दुईओटा सङ्ख्याहरू a र b छन् भने यी दुईओटा सङ्ख्याहरूबिच तीनओटा सम्बन्धहरू : (क) $a > b$ or (ख) $a = b$ or (ग) $a < b$ हुन्छन्, जहाँ, (क) र (ग) का असमानताहरू (Inequalities) हुन् र (ख) को बराबर सम्बन्ध हो ।

उदाहरण 1

तलको खाली ठाउँमा उपयुक्त चिह्न $<$, $>$ वा $=$ भर्नुहोस् :

- (क) $3 \square 2$ (ख) $5 \square 7$ (ग) $-6 \square 2$ (घ) $3 + 4 \square 7$
(ङ) $11 \square 15 - 2$ (च) $-5 \square -7$ (छ) $-6 \square 2 - 5$

समाधान

- (क) $3 > 2$ (ख) $5 < 7$ (ग) $-6 < 2$ (घ) $3 + 4 = 7$
(ङ) $11 < 15 - 2$ (च) $-5 > -7$ (ज) $-6 < 2 - 5$

उदाहरण 2

तल दिइएका वाक्यहरूलाई ट्रिकोटोमीका उपयुक्त चिह्न $<$, $>$ वा $=$ राखेर लेख्नुहोस् :

- (क) x , 5 भन्दा सानो छ । (ख) 4 भन्दा $x - 3$ ठुलो छ ।
(ग) -2 भन्दा x ठुलो वा बराबर छ ।

समाधान

- (क) $x < 5$ (ख) $4 < x - 3$ (ग) $x \geq -2$

अभ्यास 13.3

1. तल दिइएका ट्रिकोटोमीसम्बन्धी वाक्यहरू ठिक वा बेठिक के छन् छुट्याउनुहोस् :

- (क) $5 < 3$ (ख) $7 < 9$ (ग) $-4 > 3$ (घ) $8 < -12$ (ङ) $-18 = -18$

(च) $7 + 2 > 9$ (छ) $11 = 11 + 0$ (ज) $1 \neq -5$ (झ) $-6 > -2$
 (ञ) $-7 < -8$ (ट) $1 = -5 + 6$ (ठ) $-9 < -3$

2. तल दिइएका वाक्यहरूलाई ट्रिकोटोमीका उपयुक्त चिह्न $<$, $>$ वा $=$ राखेर लेख्नुहोस् :

- (क) x , 5 भन्दा सानो छ । (ख) 4 भन्दा $x - 3$ ठुलो छ ।
 (ग) -2 भन्दा x ठुलो वा बराबर छ । (घ) 7 भन्दा -12 सानो छ ।
 (ङ) -1 र -1 बराबर छन् । (च) 5 भन्दा $x - 7$ सानो वा बराबर छ ।
 (छ) -3 भन्दा -1 ठुलो छ । (ज) -12 भन्दा -13 बराबर छैनन् ।
 (झ) y भन्दा -13 सानो छैन ।

परियोजना कार्य

तपाईंको परिवारमा भएका सदस्यहरूको तौल पत्ता लगाउनुहोस् र त्यसलाई ट्रिकोटोमी नियमको प्रयोग गरी एकअर्कासँग तुलना गर्नुहोस् । तुलनात्मक चार्टको सम्बन्धमा साथीहरूसँग छलफल गरी प्रतिवेदन कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

मिश्रित अभ्यास

1. सरल गर्नुहोस् :

- (क) $(5p + 6p - 10p)$ (ख) $8a - 9a + 12a$ (ग) $3x^2 + 5x^2 - 6x^2$
 (घ) $(a^2 + ab + b^2) - (a^2 - ab + b^2)$
 (ङ) $(2p^2 + 3pq + 4q^2) + (3p^2 + 2pq + q^2)$
 (च) $(4ab + 5bc - 6ac) - (ab + 2bc + 3ac)$
 (छ) $(7a^2b + 6b^2c + 5c^2a) - (2a^2b + 3b^2c + 4c^2a)$

2. गुणन गर्नुहोस् :

- (क) $4a \times 5a$ (ख) $14x^2y \times 5xy$ (ग) $11a^2b \times 8b^2c \times 5c^2a$
 (घ) $2a^2 \times (3bc + 4ac)$ (ङ) $4x^3y \times (5x^2y + 6xz^2)$
 (च) $13p^3q^2 \times (2p^2q - 3pq^2)$ (छ) $7a^3 \times (5a^2 + 7ab^2 + 9c^2)$

3. भाग गर्नुहोस् :

- (क) $6b^3cd \div 2bcd$ (ख) $33x^3y^2z \div 11x^2y^2z$

(ग) $(a^2x^2 + a^2x) \div ax$ (घ) $(46a^3b^4c^5 - 69a^4b^5c^6) \div 23a^2b^3c^4$

(ङ) $(27m^7n^9p^8 - 36m^5n^7p^6) \div 9m^3n^4p^5$

4. एउटा आयतकार बगैँचाको क्षेत्रफल $28x^4y^3z$ वर्गमिटर छ । यदि उक्त बगैँचाको लम्बाइ $4x^2yz$ मिटर भए चौडाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. एउटा आयतकार स्वीमिङपुलको क्षेत्रफल $24x3y^2 - 16x^2y$ छ । यदि उक्त स्वीमिङपुलको चौडाइ $8xy$ भए लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।
6. यदि $a = 3$, $b = 2$ र $c = -1$ भए तल दिइएका अभिव्यञ्जकहरूको मान निकाल्नुहोस् ।

(क) $ab + bc$ (ख) $a^2 + b^2$ (ग) $2a^2 + b^2 + c^2$

(घ) $a^2 + 2ab - c^2$ (ङ) $\frac{b^2 - 2bc - c^2}{a+b}$ (च) $\frac{a^3 + 3b^2c + c^3}{a^2 + c^2}$

7. तल दिइएका प्रत्येक समीकरणहरूको बराबरी तथ्यहरू प्रयोग गरी हल गर्नुहोस् :

(क) $x - 6 = 9$ (ख) $s + 7 = -7$ (ग) $3x - 8 = 1$ (घ) $2 - x = -4$

(ङ) $9 - 2x = 13$ (च) $\frac{3x}{7} = 9$ (छ) $\frac{y}{8} - 21 = -18$

(ज) $\frac{z}{z} - 8 = 7$

8. तल दिइएका प्रत्येक अवस्थामा समीकरण बनाई हल गर्नुहोस् :

(क) x मा 7 जोड्दा योगफल 15 हुन्छ ।

(ख) y मा 0 घटाउँदा बाँकी -4 हुन्छ ।

(ग) 11 बाट x घटाउँदा बाँकी 1 हुन्छ ।

(घ) 6 ले s लाई गुणन गर्दा गुणनफल 72 हुन्छ ।

(ङ) 3 ले x लाई गुणन गरी 9 घटाउँदा बाँकी 21 हुन्छ ।

(च) y लाई 9 ले भाग गर्दा भागफल -7 हुन्छ ।

9. ट्रिकोटोमीका उपयुक्त चिह्न $<$, $>$ वा $=$ राखेर लेख्नुहोस् :

1. (क) $7 \square 2$ (ख) $-14 \square -13$ (ग) $5 + 1 \square - 5 - 1$

(घ) $-8 + 1 \square -3 - 4$ (ङ) x मा 3 जोड्दा 8 भन्दा सानो हुन्छ ।

(च) y बाट 5 घटाउदा 9 भन्दा ठुलो हुन्छ ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

रेखाहरू र कोणहरू (Lines and Angles)

14.0 पुनरवलोकन (Review)

कस्तो रेखालाई सिधा रेखा र कस्तो रेखालाई वक्र रेखा भनिन्छ ?
रेखा र रेखाखण्डमा के फरक छ, छलफल गर्नुहोस् ।

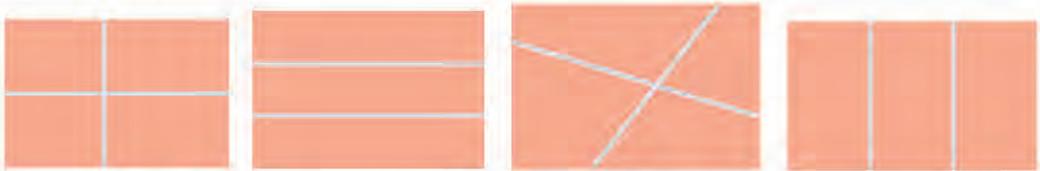
14.1 जोडा रेखाहरू (Pair of lines)

प्रतिच्छेदित र लम्ब रेखाहरू (Intersected and perpendicular lines)

प्रतिच्छेदित रेखा (Intersected line)

क्रियाकलाप 1

सम्पूर्ण विद्यार्थीहरू चारओटा समूहमा विभाजित भएर प्रत्येक समूहले एक एकओटा खाली कापीको पाना लिनुहोस् र तल दिइएको चित्रमा देखाएजस्तै चार तरिकाले दुई पटक पट्याउनुहोस् :

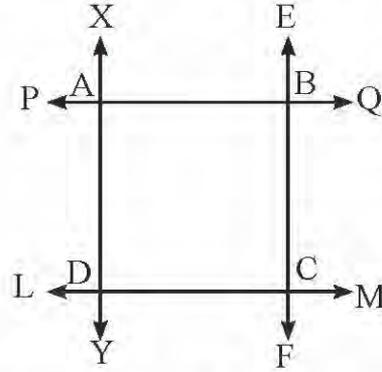


पट्याएको ठाउँमा कलम वा पेन्सिलको सहायताले रेखा बनाउनुहोस् । यसरी बन्ने रेखाहरूको अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् :

- जम्मा कतिओटा रेखाहरू बने ?
- रेखाहरू आपसमा काटिएका छन् वा छैनन् ?
- तिनीहरू कस्ता जोडी रेखाहरू होलान् ? समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

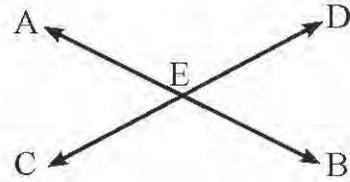
दिइएको चित्रको अवलोकन गर्नुहोस् । समूहमा छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् र शिक्षकको सहयोगमा निष्कर्ष तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



(क) कुन कुन रेखाहरू आपसमा काटिएका छन् ?

(ख) कुन कुन रेखाहरू आपसमा काटिएका छैनन् ?

दुई सिधा रेखाहरू एकआपसमा काटिएका छन् भने तिनीहरूलाई प्रतिच्छेदित रेखाहरू भनिन्छ, जस्तै : दिइएको चित्रमा सिधा रेखाहरू AB र CD बिन्दु E मा प्रतिच्छेदन भएका छन् ।



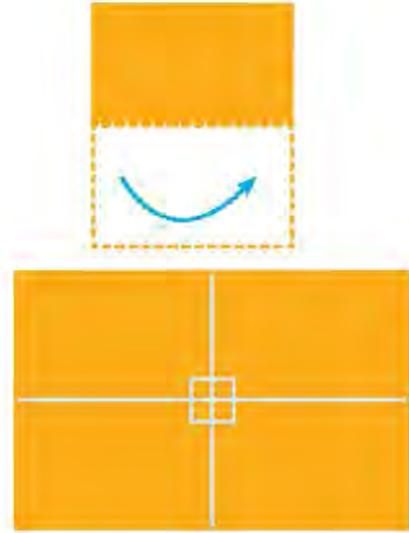
लम्ब रेखाहरू (Perpendicular lines)

क्रियाकलाप 3

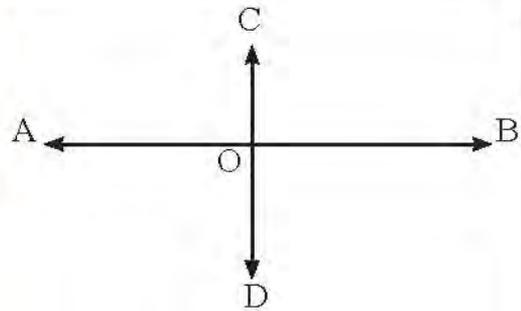
एक एकओटा आयताकार कागज लिई ठिक बिचबाट चित्रमा जस्तै गरी दुई पटक पट्याउनुहोस् । त्यसपछि पट्याइएको कागजलाई खोलेर पट्टिएको ठाउँमा सिसाकलम र रूलरको प्रयोग गरी रेखाहरू कोर्नुहोस् । सँगैको साथैसँग प्राप्त चित्रको अवलोकन तथा छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



- (क) जम्मा कतिओटा कोणहरू बने ?
- (ख) प्रत्येक कोणको नाप डिग्रीमा कति कति रहेछ ?
- (ग) ती दुई रेखाहरूलाई कस्तो रेखाहरू भन्न सकिन्छ ?



यदि दुईओटा रेखाहरूबिचमा 90° को कोण बन्ने गरी प्रतिच्छेदन भएका छन् भने त्यस्ता रेखाहरूलाई लम्ब रेखाहरू भनिन्छ, जस्तै : चित्रमा $\angle AOC = 90^\circ$ छ तसर्थ AB र CD लम्ब रेखाहरू हुन् । यसलाई $CD \perp AB$ लेखिन्छ ।



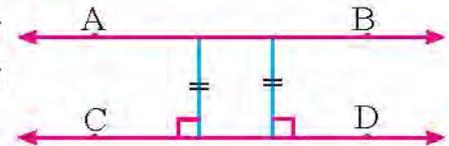
समानान्तर रेखाहरू (Parallel lines)

क्रियाकलाप 4

प्रत्येकले रूलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी रूलरको दुवैतिर रेखाखण्डहरू खिच्नुहोस् । प्राप्त चित्रको अवलोकन तथा समूहमा छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :



- (क) दुवै रेखाखण्डहरूलाई दुवैतिर सिधा लम्ब्याउँदा आपसमा कुनै बिन्दुमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् वा हुँदैनन् ?



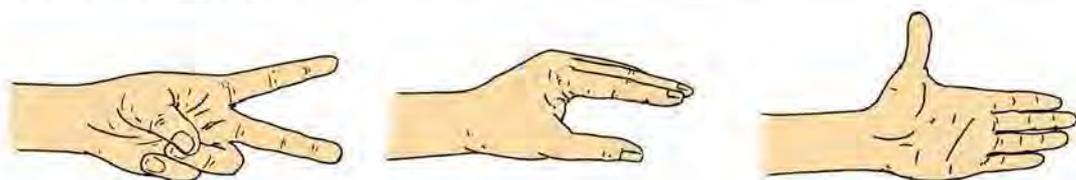
- (ख) के दुवै रेखाखण्डहरूबिचको लम्ब दुरी समान छ ?

यदि दुई सिधा रेखा खण्डहरूलाई अनन्तसम्म लम्ब्याउँदा पनि प्रतिच्छेदन हुँदैनन् भने त्यस्ता रेखाहरूलाई समानान्तर रेखाहरू भनिन्छ, जस्तै : सँगैको चित्रमा रेखाहरू AD र CB समानान्तर रेखाहरू हुन् । सङ्केतमा लेख्दा $AD \parallel CB$ लेखिन्छ ।



क्रियाकलाप 5

तलका चित्रहरूको अवलोकन गरी हातका औंलाहरूबाट कस्ता रेखाखण्डहरू बनेका छन्, छलफल गर्नुहोस् :

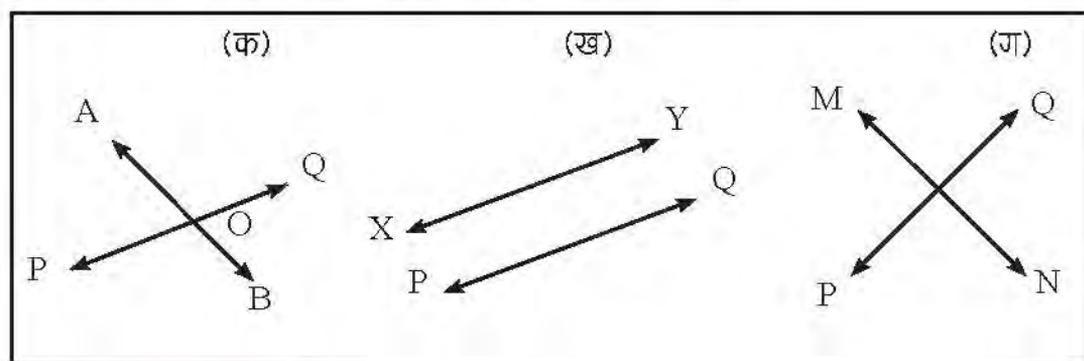


क्रियाकलाप 6

कक्षाकोठाका बेन्च, डेस्क, कुर्सी, भ्याल ढोका तथा बरन्डाको रेलिड, पर्खाल र अन्य वस्तुहरूको अवलोकन गरी तिनीहरूमा भएका समानान्तर रेखाहरू, प्रतिच्छेदित रेखाहरू तथा लम्ब रेखाहरूको सूची तयार गरेर समूहमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

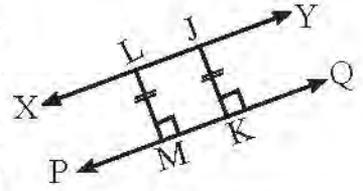
उदाहरण 1

तल दिइएका जोडी रेखाहरू कस्ता रेखाहरू होलान् ? किन ?



समाधान

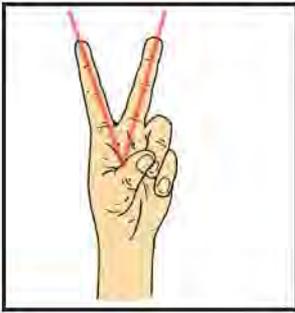
- (क) यहाँ सिधा रेखाहरू AB र PQ बिन्दु O मा काटिसका छन् । त्यसैले सिधा रेखाहरू AB र PQ प्रतिच्छेदित रेखाहरू हुन् ।
- (ख) यहाँ सिधा रेखाहरू XY र PQ कुनै पनि बिन्दुमा प्रतिच्छेदित (काटिसका) भएका छैनन् तथा तिनीहरूबिचको लम्ब दुरी बराबर छन् । त्यसैले सिधा रेखाहरू XY र PQ समानान्तर रेखाहरू हुन् ।
- (ग) यहाँ सिधा रेखाहरू MN र PQ बिन्दु O मा काटिसका छन् । त्यसैले सिधारेखाहरू MN र PQ प्रतिच्छेदित रेखाहरू हुन् ।



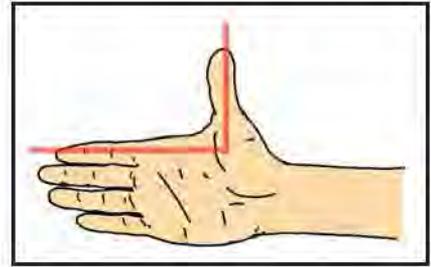
उदाहरण 2

चाँद (Protractor) को सहयोगले तल दिइएका हातका औंलाहरूबिचको कोण नापेर ती औंलाहरूले कस्ता जोडा रेखाखण्डहरू जनाउँछन् होला र किन, पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)



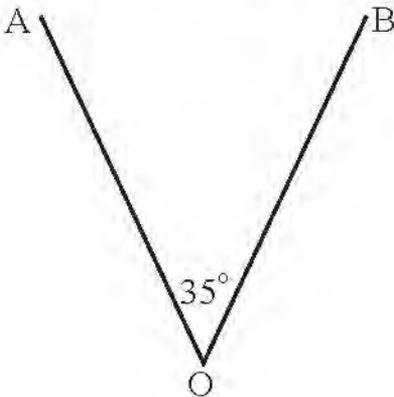
(ख)



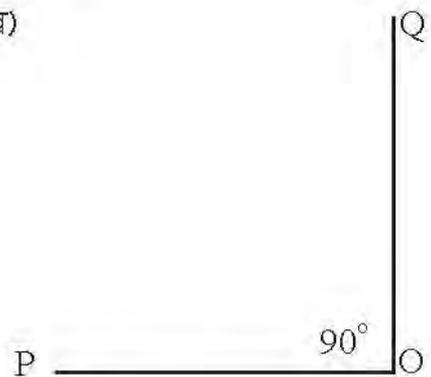
समाधान

माथि दिका हातका औंलाहरूबिचको कोणसँग बराबर हुने गरी क्रमशः निम्नअनुसार सिधा रेखाखण्डहरूको प्रयोग गरी कोणहरू खिचौं :

(क)



(ख)

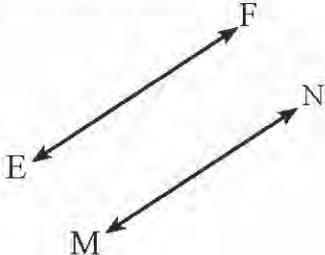
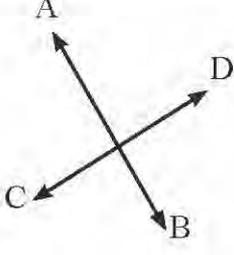
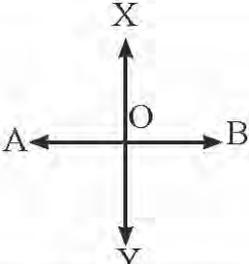
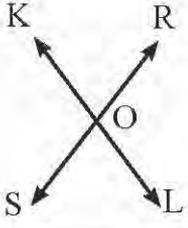


(क) यस चित्रमा सिधा रेखाहरू AO र BO बिन्दु O मा जोडिएका छन् । रेखाहरू AO र BO ले बनाएको कोण $\angle AOB = 35^\circ$ छ । त्यसैले चोर औंला र माथी औंला बिचको कोण 35° छ । यी दुई औंलाहरूले जनाउने रेखाखण्डहरू आपसमा जोडिएका छन् ।

(ख) यस चित्रमा सिधा रेखाहरू PO र QO बिन्दु O मा काटिएका छन् । रेखाहरू PO र QO ले बनाएको कोण $\angle POQ = 90^\circ$ छ । तसर्थ PO र QO लम्ब रेखाहरू हुन् । त्यसैले, बुढीऔंला र चोर औंला बिचको कोण 90° छ र एकापसमा लम्ब छन् ।

अभ्यास 14.1

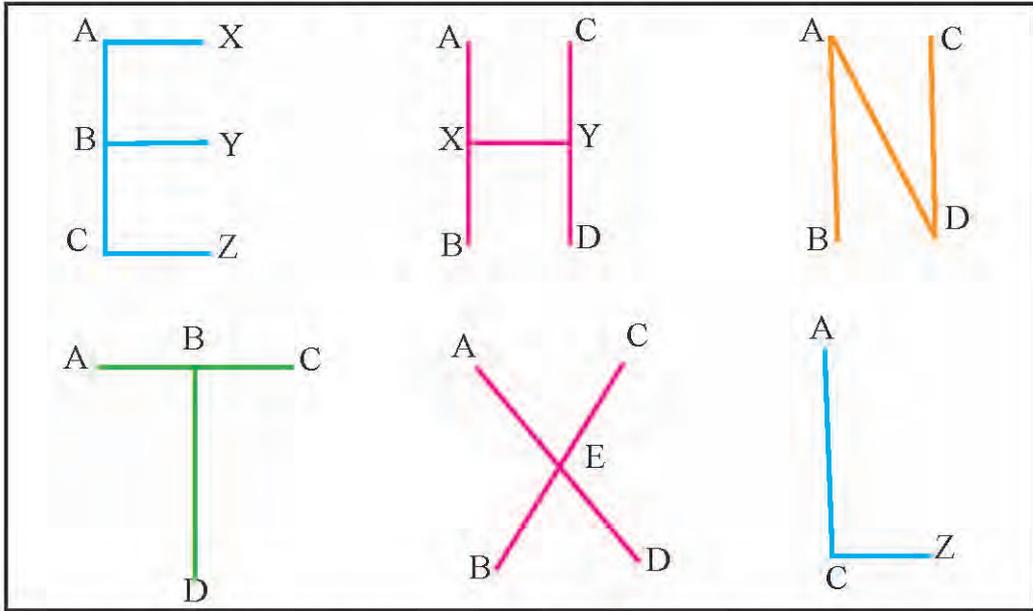
1. तल दिइएका जोडी रेखाहरू कस्ता प्रकारका हुन्, परीक्षण गरी पत्ता लगाउनुहोस् :

<p>(क)</p> 	<p>(ख)</p> 
<p>(ग)</p> 	<p>(घ)</p> 

2. सँगैको चित्रको अवलोकन गर्नुहोस् र तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।

<p>(क) AB र CD कस्ता रेखाखण्डहरू हुन् ? किन ?</p> <p>(ख) AC र CD कस्ता रेखाखण्डहरू हुन् ? किन ?</p>	
---	--

3. तल दिइएका अङ्ग्रेजी वर्णमालाका अक्षरहरूमा प्रतिच्छेदित रेखाहरू, लम्ब रेखाहरू र समानान्तर रेखाहरू छुट्याउनुहोस् र लेख्नुहोस् :



4. विद्यालयमा कवाज खेल्ला हातको अवस्थाले बन्ने जोडी भुजाहरू अवलोकन गरी नमुना चित्रसहित समूहमा छोटो प्रतिवेदन तयार गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

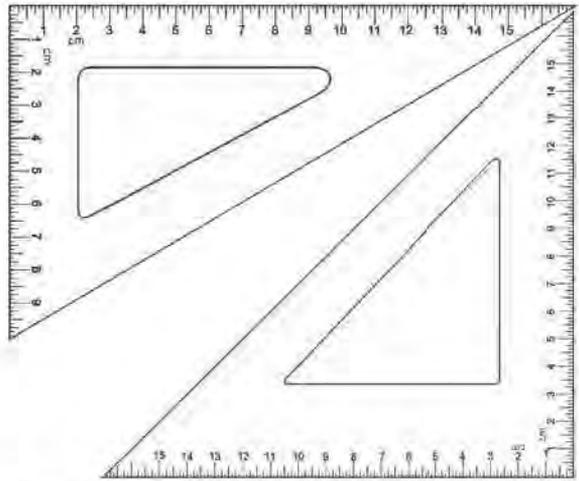
परियोजना कार्य

सम्पूर्ण विद्यार्थीहरूलाई पाँचओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । प्रत्येक समूहलाई आफ्नो नजिकमा भएका धार्मिक स्थल, पार्टी र घरका छाना, बिम, ढोका र भ्यालहरूमा भएका प्रतिच्छेदित, लम्ब र समानान्तर देखिने भागहरूको नाम र ती भागहरूको चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

14.2 सेट स्क्वायरको प्रयोग गरी समानान्तर र लम्ब रेखाहरूको रचना (Construction of parallel lines and perpendicular lines by using set squares)

हाम्रो ज्यामिति बाकसमा भएका सामानहरूमध्ये दुईओटा त्रिभुजाकार सामग्रीलाई सेट स्क्वायर भनिन्छ । एउटा सेट स्क्वायरमा एउटा कोण 90° र बाँकी दुईओटा कोण $45^\circ/45^\circ$ हुन्छन् जसलाई 45° को सेट स्क्वायर भनिन्छ । अर्को सेट स्क्वायरमा एउटा कोण 90° र बाँकी दुईओटा कोणहरू क्रमशः 30° र 60° का हुन्छन् जसलाई 60° वा

30° को सेट स्क्वायर भनिन्छ ।

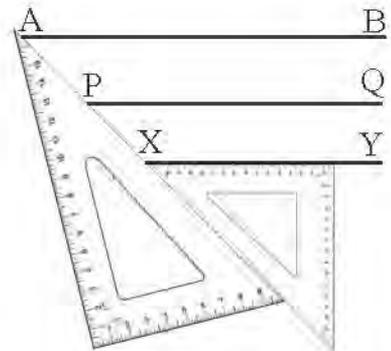
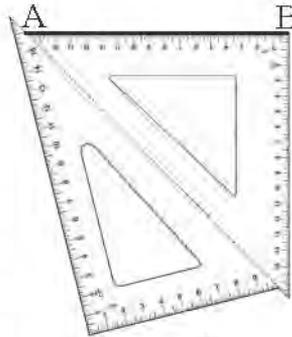
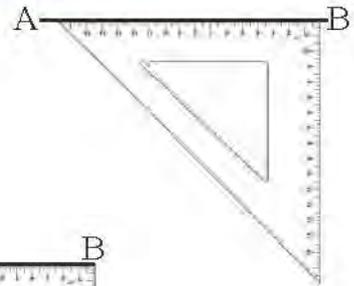


सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी समानान्तर रेखाहरूको रचना
(Construction of parallel lines by using set squares)

समानान्तर रेखाहरूको रचना

क्रियाकलाप 1

- (क) एउटा सिधा रेखा AB लिऔं । त्यसमा 45° को सेट स्क्वायरको एउटा किनारा पर्ने गरी राख्नुहोस् ।
- (ख) त्यसपछि 30° माथि पर्ने गरी दोस्रो सेट स्क्वायरलाई नचल्ने गरी चित्रमा देखाएजस्तै गरी राख्नुहोस् र पहिलो सेट स्क्वायरको दोस्रो किनारा चित्रमा देखाएजस्तै गरी मिलाउनुहोस् ।
- (ग) अब 45° को सेट स्क्वायरलाई तल सार्नुहोस् र आवश्यक समानान्तर रेखाहरू खिच्नुहोस्, जस्तै : दिइएको चित्रमा PQ र XY रेखाहरू AB सँग समानान्तर छन् ।



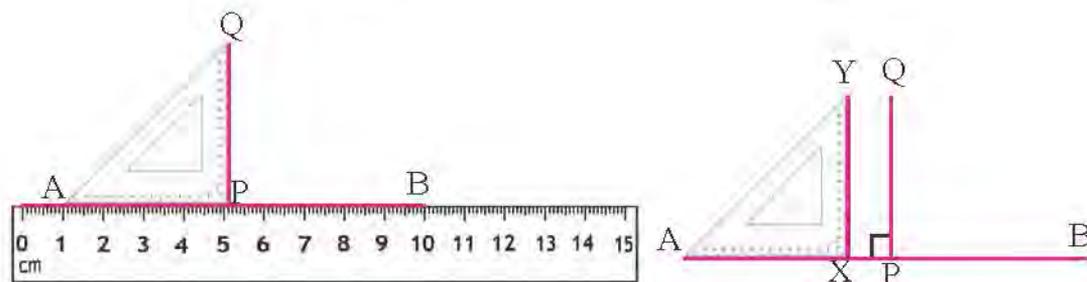
सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी लम्ब रेखाहरूको रचना
(Construction of Perpendicular Lines by using set Squares)

लम्ब रेखाहरूको रचना

क्रियाकलाप 2

- (क) सडटा सिधा रेखा AB लिनुहोस् । त्यसमा रूलर राख्नुहोस् ।
(ख) त्यसपछि सेट स्क्वायरको 90° को सडटा किनारा रूलरको ठिकमाथि चित्रमा देखाएजस्तै गरी बिन्दु P मा मिल्ने गरी राख्नुहोस् र चित्रमा देखाएजस्तै गरी रेखाखण्ड PQ खिच्नुहोस् ।

अब सेटस्क्वायरलाई अगाडि पछाडि सार्नुहोस् र आवश्यक लम्ब रेखाहरू खिच्नुहोस्, जस्तै : दिइएको चित्रमा PQ र XY रेखाहरू AB सँग लम्ब छन् ।



अभ्यास 14.2

1. तल दिइएका सिधा रेखाखण्डहरू कापीमा सार्नुहोस् । सेट स्क्वायरको प्रयोग गरी ती सिधा रेखाखण्डसँग समानान्तर हुने रेखाखण्डहरू खिच्नुहोस् :

(क)



(ख)



(ग)



(घ)

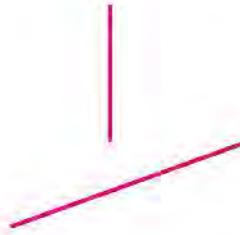


2. तल दिइएजस्तै गरी सिधा रेखाखण्डहरू कापीमा सार्नुहोस् । सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी ती सिधा रेखाखण्डसँग लम्ब हुने रेखाखण्डहरू खिच्नुहोस् ।

(क)



(ख)



(ग)

(घ)

3. रुलरको सहायताले तल दिइएका नाप भएका रेखाखण्डहरू खिच्नुहोस् । सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी तिनीहरूसँग समानान्तर हुने एक एकओटा रेखाहरू खिच्नुहोस् :

(क) $AB = 5 \text{ cm}$

(ख) $XY = 8 \text{ cm}$

(ग) $CD = 10 \text{ cm}$

(घ) $MN = 7 \text{ cm}$

4. रुलरको सहायताले तल दिइएका नापअनुसारका रेखाखण्डहरू खिच्नुहोस् । सेट स्क्वायरको प्रयोग गरी तिनीहरूसँग लम्ब हुने एक एकओटा रेखाखण्डहरू खिच्नुहोस् :

(क) $PQ = 7 \text{ cm}$

(ख) $ST = 12 \text{ cm}$

(ग) $CD = 8 \text{ cm}$

(घ) $GH = 9 \text{ cm}$

14.3 कम्पासको प्रयोग गरी रेखाखण्डको लम्बार्धकको रचना (Construction of bisector of a line segment by using compass)

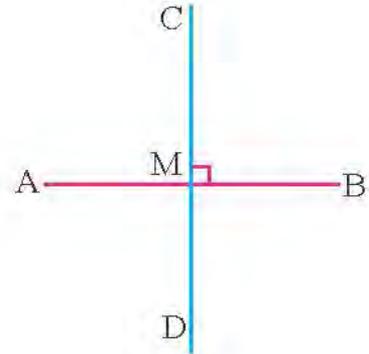
सँगैको चित्रको अवलोकन गरी आफ्नो कम्पासका विभिन्न भागहरूका बारेमा जानकारी लिनुहोस् । विभिन्न प्रकारका ज्यामितीय आकृतिहरू खिच्न कम्पासको प्रयोग गरिन्छ ।



रेखाखण्डको लम्बार्धक (Perpendicular Bisector of a Line Segment)

क्रियाकलाप 1

सँगैको चित्रमा चाँद (Protractor) को प्रयोग गरी $\angle AMC$ र $\angle CMB$ को नाप र रुलरको प्रयोग गरी AM र MB को नाप लिनुहोस् । त्यसपछि समूहमा छलफल गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



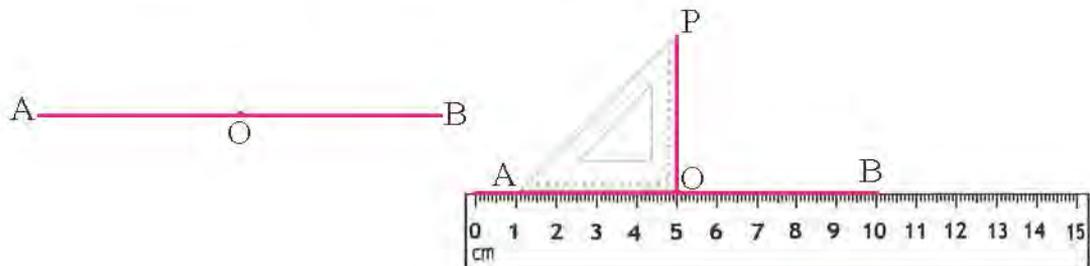
- (क) AB र CD प्रतिच्छेदन भएको बिन्दु M र AB को बिचमा कस्तो सम्बन्ध पाइन्छ ?
- (ख) रेखाखण्ड AB र CD बिचको सम्बन्ध के हुन्छ ?

निष्कर्ष : बिन्दु M ले रेखाखण्ड AB लाई बराबर दुई भागमा विभाजन गरेको छ । साथै CD र AB आपसमा लम्ब छन् । तसर्थ रेखाखण्ड CD , रेखाखण्ड AB को लम्बार्धक हो ।

क्रियाकलाप 2

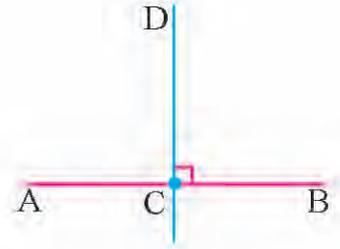
लम्बार्धक कसरी खिच्ने ? (How to draw perpendicular bisector?)

- (क) रुलर र सेट स्क्वायरको प्रयोग गरेर
- (अ) सिधा रेखाखण्ड $AB = 10$ cm खिची मध्यबिन्दु O मा चिह्न लगाउनुहोस् ।
- (आ) चित्रमा देखाइराखेजस्तै गरी 45° को सेट स्क्वायर र रुलर मिलाएर राखेर लम्ब रेखाखण्ड PO खिच्नुहोस् ।
- अब AB को लम्बार्धक PO तयार भयो ।



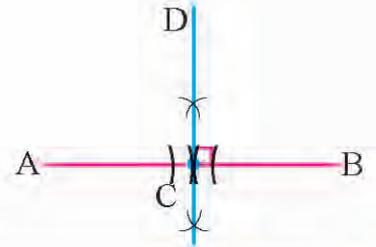
(ख) रूलर र चाँदको प्रयोग गरेर

- (i) रूलरले रेखाखण्ड $AB = 10 \text{ cm}$ खिच्नुहोस् ।
- (ii) रूलरले AB मा 5 cm मा चिह्न लगाउनुहोस् र C नाम दिनुहोस् ।
- (iii) बिन्दु C मा चाँदको प्रयोग गरी 90° को कोण खिच्नुहोस् । यहाँ, $AC = BC = 5 \text{ cm}$ हुन्छ र $\angle ACD = 90^\circ$ छ । तसर्थ रेखाखण्ड CD , AB को लम्बार्धक हो ।



क्रियाकलाप 3

क्रियाकलाप 2 (ख) अनुसार लम्बार्धक खिचिएको चित्रमा अर्धव्यास 4.5 cm , 5 cm र 6.5 cm लियेर बिन्दु A र B बाट तल र माथि काट्नुहोस् । साथीसँग छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

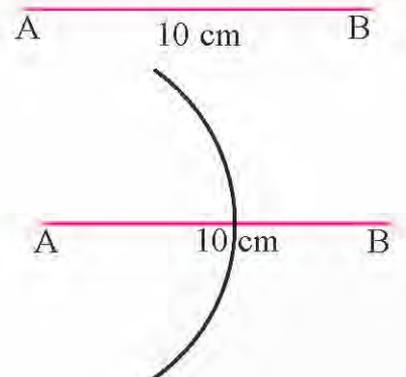


निष्कर्ष: लम्बार्धक खिच्नुपर्ने रेखाखण्डको लम्बाइको आधा वा आधाभन्दा कम अर्धव्यास लियेर तल र माथि काट्दा लम्बार्धकमा काटिएन । त्यसैले कुनै रेखाखण्डको लम्बार्धक खिच्दा दिइएको रेखाखण्डको आधाभन्दा बढी अर्धव्यास लियेर तल र माथि काटेर लम्बार्धक खिच्न सकिन्छ ।

(ग) कम्पासको प्रयोग गरेर

तलको प्रक्रियाहरूलाई पढ्दै सोहीअनुसार रेखाखण्डको लम्बार्धक खिच्नुहोस् :

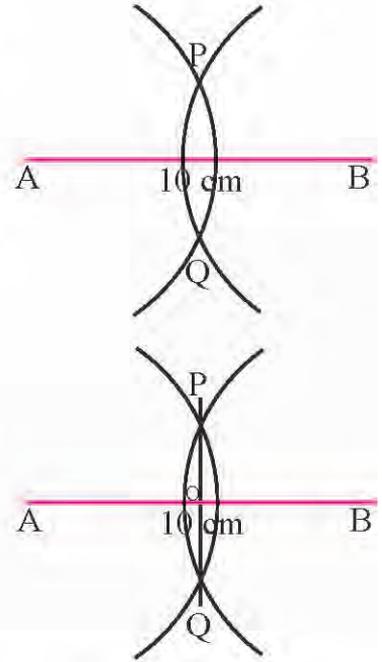
- (i) सउटा सिधा रेखाखण्ड $AB = 10 \text{ cm}$ खिच्नुहोस् ।
- (ii) बिन्दु A मा कम्पासको सियोलाई राखेर AB को लम्बाइको आधाभन्दा बढी नापको अर्धव्यास (5 cm भन्दा बढी) लियेर AB को दुवैतिर पर्ने गरी अर्धवृत्त खिच्नुहोस् ।



(iii) बिन्दु B मा कम्पासको सियोलाई राखेर माथिकै नापको अर्धव्यास लियर AB को दुवैतिर पर्ने गरी अर्धवृत्त खिचनुहोस् ।

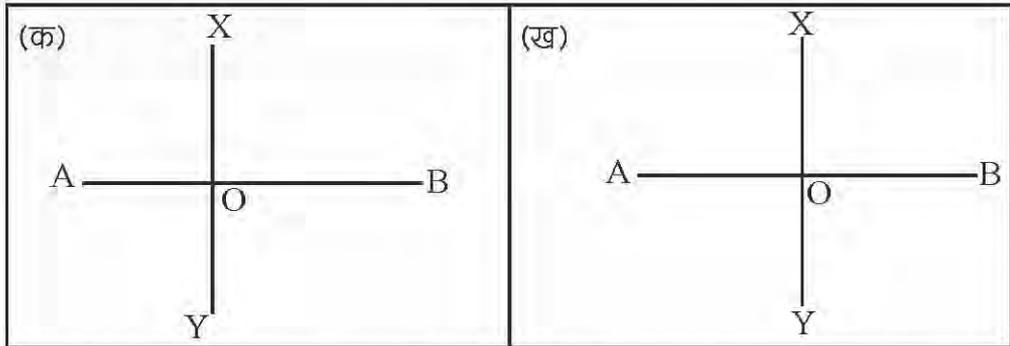
(iv) दुवै अर्धवृत्तहरू काटिएका बिन्दुहरूलाई क्रमशः P र Q नामकरण गरी रुलरको प्रयोग गरी जोडनुहोस् ।

(v) PQ र AB प्रतिच्छेदन भएको बिन्दुलाई O नाम दिनुहोस् ।
अब PQ सिधा रेखाखण्ड AB को लम्बार्धक भयो ।



अभ्यास 14.3

1. तल दिइएका चित्रहरूमा रेखाखण्ड XY, रेखाखण्ड AB को लम्बार्धक हो वा होइन पत्ता लगाउनुहोस् :



2. तल दिइएका नाप भएका रेखाखण्डहरू रुलरको सहायताले खिचनुहोस् र कम्पासको प्रयोग गरी प्रत्येकको लम्बार्धक खिचनुहोस् :

- (क) $PQ = 7 \text{ cm}$ (ख) $ST = 12 \text{ cm}$ (ग) $CD = 8 \text{ cm}$
 (घ) $GH = 9 \text{ cm}$ (ङ) $XY = 5 \text{ inch}$ (च) $PQ = 4.5 \text{ inch}$

3. $AB = 12 \text{ cm}$ लम्बाइ भएको रेखाखण्ड खिचनुहोस् । AB को मध्यबिन्दु कहाँ पर्ला अनुमान गरी बिन्दु O नाम दिनुहोस् । O मा AB सँग लम्ब हुने रेखा खिचनुहोस् । सो लम्ब रेखा AB को लम्बार्धक बन्यो कि बनेन, नापेर जाँचनुहोस् ।

परियोजना कार्य

बाँस, निगालोका सिन्काहरू, लहराहरू तथा लट्ठीहरूको प्रयोग गरी लम्बार्धक हुने गरी नमुनाहरूको तयार गर्नुहोस् र चार्टपेपर वा अन्य तरिकाबाट निमर्माण गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

14.4 कोणहरूको वर्गीकरण (Classification of angles)

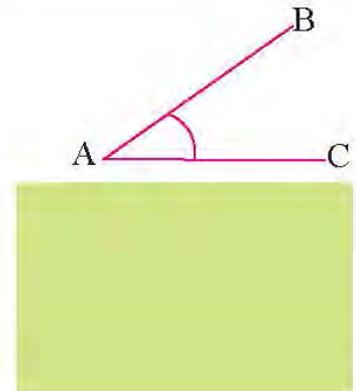
जोडीमा दुई दुईओटा मेकानो स्ट्रिप्स (Meccano strips) लिनुहोस् र दुवैको एक छेउलाई जोड्नुहोस् । त्यसपछि अर्को छेउहरूलाई बिस्तारै फट्याउँदै जानुहोस् । अर्को साथीले बनाएको कोणको आकार अवलोकन गर्दै जानुहोस् । कुन बेला कस्तो कोण बन्दछ, समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।



14.4.1 समकोण, न्यूनकोण र अधिककोण (Right angle, acute angle and obtuse angle)

क्रियाकलाप 1

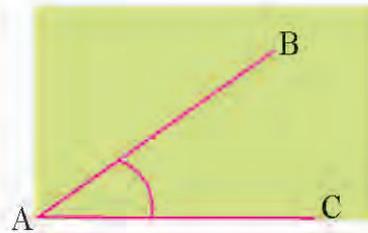
प्रत्येक विद्यार्थीले एक एकओटा फरक फरक देखिने कोणहरू खिच्नुहोस् । सबैले सउटा सउटा पारदर्शी कागजको आयताकार टुक्रा लिनुहोस् । उक्त आयताकार टुक्राको सउटा शीर्षकोण आफूले खिचेको कोणको शीर्षबिन्दुमा पर्ने गरी चित्रमा देखाएभन्ने खप्ट्याउनुहोस् ।



अब आफूले खिचेको कोणको अर्को भुजा पारदर्शी कागजको भित्र वा बाहिर कहाँ पर्दछ, लेख्नुहोस् ।

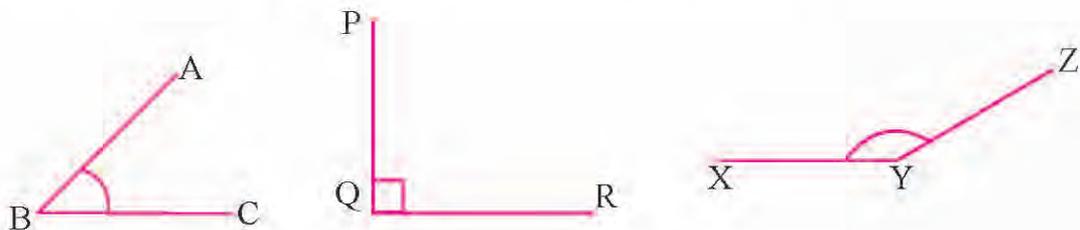
अब आफूले खिचेको कोण न्यूनकोण, समकोण वा अधिककोण के हो, साथैहरूसँग छलफल गरी लेख्नुहोस् ।

दिइएको चित्रमा कोण BAC पारदर्शी कागजमा भित्रपट्टि पच्यो । त्यसैले कोण BAC न्यूनकोण भयो ।



क्रियाकलाप 2

तीन तीन जनाको समूहमा बस्नुहोस् । अब रूलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी प्रत्येकले एक एकओटा फरक फरक देखिने कोणहरू खिच्नुहोस् । जस्तै :



सबैले आफूले बनाएको कोण एकआपसमा समूहमा साट्नुहोस् ।

चाँदको प्रयोग गरी कोणहरू नाप्नुहोस् । उक्त कोणको नाप लेख्नुहोस् ।

जस्तै : $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle PQR = 90^\circ$ र $\angle XYZ = 150^\circ$

आफ्नो कोणको नाप 90° भन्दा ठुलो, सानो वा बराबर कस्तो छ ? अवलोकन गर्नुहोस् ।

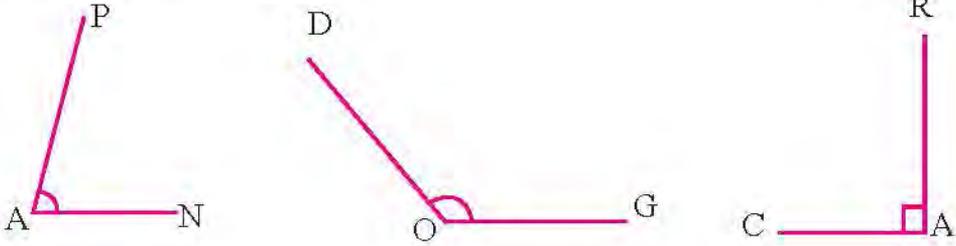
यदि उक्त कोणको नाप 90° बराबर छ भने समकोण, 0° भन्दा ठुलो र 90° भन्दा सानो भएमा न्यूनकोण र 90° भन्दा ठुलो र 180° भन्दा सानो भएमा अधिककोण हुन्छ ।

प्रत्येक समूहले तीनओटै कोणहरूलाई एकै ठाउँमा टाँसेर कोणको नापसहित प्रकार पनि लेखी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

90° नाप भएको कोणलाई समकोण (Right angle) भनिन्छ । 0° भन्दा ठुलो र 90° भन्दा सानो कोणलाई न्यूनकोण (Acute angle) भनिन्छ । 90° भन्दा ठुलो र 180° भन्दा सानो कोणलाई अधिककोण (Obtuse angle) भनिन्छ ।

उदाहरण 1

चाँदको प्रयोग गरी दिइएका कोणहरू नाप्नुहोस् र न्यूनकोण, समकोण वा अधिककोण कृन हो, छुट्याउनुहोस् :



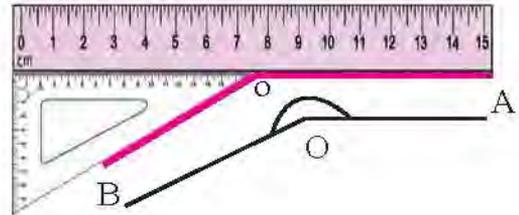
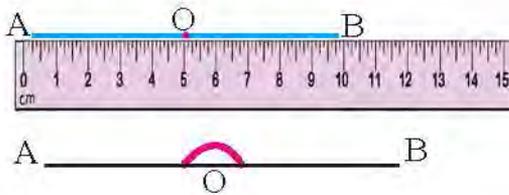
समाधान

यहाँ, $\angle PAN = 75^\circ$ छ । तसर्थ यो न्यूनकोण हो । $\angle DOG = 130^\circ$ छ । यो कोण अधिक कोण हो । $\angle RAC = 90^\circ$ छ, तसर्थ यो कोण समकोण हो ।

सिधा कोण र बृहत् कोण (Straight angle and reflex angle)

क्रियाकलाप 3

चित्रमा देखासभै कोणहरू खिच्नुहोस् :



कस्ता कस्ता कोणहरू बने साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।

माथिको पहिलो चित्रमा कोणको मान 180° छ । त्यस्तै, दोस्रो चित्रमा कोणको मान 180° भन्दा बढी छ ।

क्रियाकलाप 4

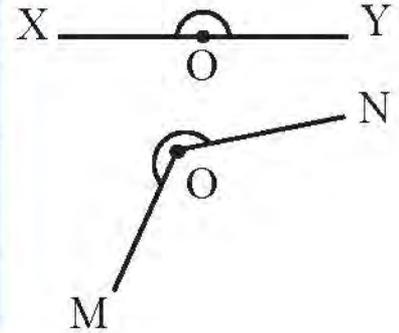
चार चार जनाको समूहमा बस्नुहोस् । प्रत्येक समूहले एक एकओटा घडी वा घडीका नमुना लिनुहोस् ।



उक्त घडीमा चित्रमा देखाएजस्तै गरी फरक फरक समय देखाउने गरी सुईहरू मिलाउनुहोस् । चित्रमा देखाएजस्तै घण्टा सुई र मिनेट सुईका बिचमा बनेका दुवैतिरका कोणहरूको नाप पहिले अनुमान गर्नुहोस् र त्यसपछि चाँदको प्रयोग गरी कोणहरू नाप्नुहोस् । दुवैमा कति फरक पाइयो समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् । अब ती कोणहरू 180° भन्दा सानो वा बराबर वा ठुलो कस्ता छन्, पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

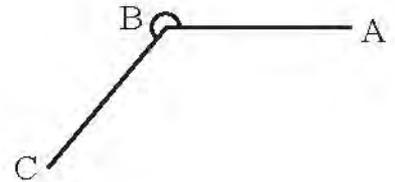
कुनै पनि कोणको नाप 180° भन्दा त्थो कोणलाई सिधा कोण (Straight angle) भनिन्छ । त्यस्तै, कुनै पनि कोणको नाप 180° भन्दा धेरै तर 360° भन्दा कम भन्दा त्थो कोणलाई बृहत् कोण (Reflex angle) भनिन्छ ।

दिइएको चित्रमा $\angle XOY$ सिधा कोण हो भने $\angle MON$ बृहत्कोण हो ।



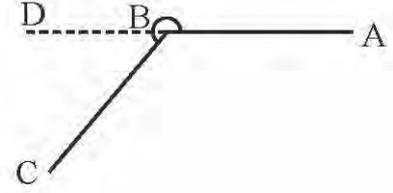
बृहत् कोणको नाप :

हामीले प्रयोग गर्ने चाँदले 180° सम्मको कोण सजिलै नाप्न सकिन्छ तर 180° भन्दा ठुलो कोण कसरी नाप्ने होला ?



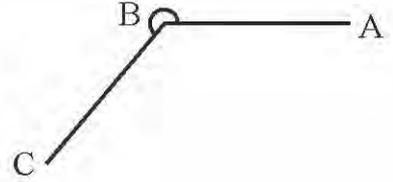
पहिलो तरिका:

- (i) आधार रेखाखण्ड AB लाई सिधा चित्रमा देखाएजस्तै गरी D सम्म बढाउने ।
- (ii) कोण $DBA = 180^\circ$ हुन्छ । चाँदको प्रयोग गरेर कोण CBD को नाप लिई 180° मा जोड्ने ।
 $180^\circ + 50^\circ = 230^\circ$



दोस्रो तरिका

- (i) पुरा वृत्तको केन्द्रमा 360° को कोण हुन्छ । त्यसैले चित्रमा देखाएजस्तै गरी अधिककोण ABC को नाप लिई 360° बाट घटाएर पनि निकाल्न सकिन्छ । $360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$



क्रियाकलाप 5

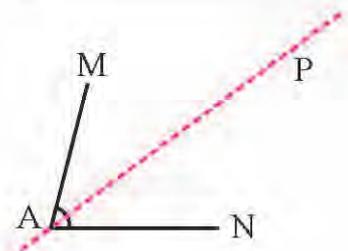
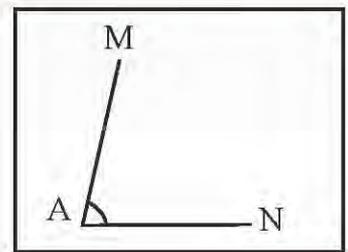
कक्षाकोठा भित्र तथा बाहिर रहेका विभिन्न वस्तु तथा ठाउँहरूको अवलोकन गर्नुहोस् । ती वस्तु तथा ठाउँहरूमा रहेका भवनहरूका भागहरूमा रहेका न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण, बृहत् कोण र सरल कोणहरूको पहिचान गर्नुहोस् । उक्त वस्तु तथा स्थानको नाम, चित्र तथा अवस्थित कोणको नामसमेतको तालिका तयार गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

14.4.2 कोणको अर्धकको रचना (Construction of bisector of an angle)

तरिका 1 : कागज पट्याएर

कापीको स्रउटा पानामा स्रउटा कोण MAN खिच्नुहोस् ।
 कैंचीको सहायताले कोण काटेर निकाल्नुहोस् ।

कोणको शीर्षबिन्दु A बाट AM मा AN खिटिने गरी कागजलाई पट्याउनुहोस् । पट्याएको ठाउँमा थिच्नुहोस् र खोल्नुहोस् । पट्याएको ठाउँमा धर्का कोरेर P नाम दिनुहोस् । अब $\angle MAP$ र $\angle NAP$ को नाप चाँदको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् । $\angle MAP$ र $\angle NAP$ को नाप बराबर पाउनुहुने छ । तसर्थ AP, $\angle MAN$ को अर्धक हुन्छ ।



तरिका 2 : चाँदको प्रयोग गरेर

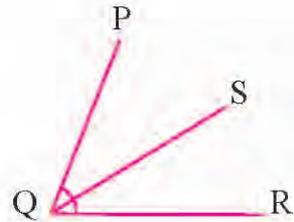
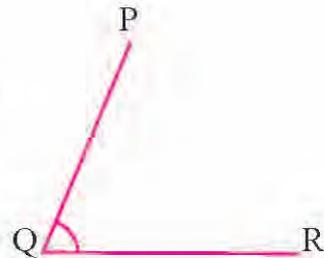
सउटा कोण PQR खिचनुहोस् र चाँदको प्रयोग गरी उक्त कोण नाप्नुहोस् ।

जस्तै : चित्रमा $\angle PQR = 70^\circ$ छ ।

अब, 70° लाई बराबर दुई भागमा विभाजन गर्नुहोस् ।

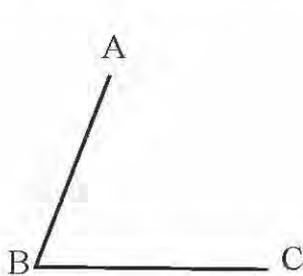
यहाँ, $\frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$ हुन्छ ।

भुजा QR लाई आधार मानेर चाँदको प्रयोग गरी 35° को कोण खिचनुहोस्, जस्तै : $\angle RQS = 35^\circ$ हुन्छ । त्यस्तै : $\angle PQS$ को नाप कति हुन्छ ? त्यो पनि 35° नै हुन्छ । तसर्थ $\angle PQR$ को अर्धक QS हो ।

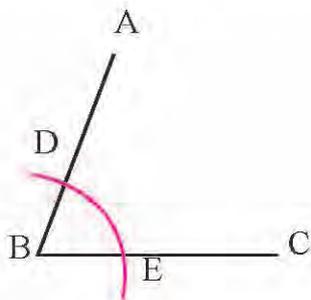


तरिका 3 : कम्पास र रुलरको प्रयोग गरेर

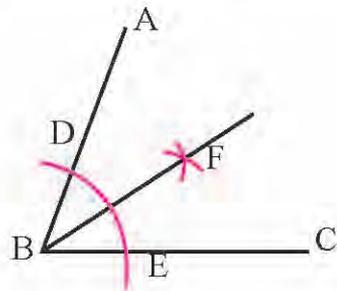
सउटा कोण ABC लिनुहोस् । उक्त कोणको शीर्षबिन्दु B मा कम्पासको सियो राखेर कम्पासले भुजाहरू AB र BC मा क्रमशः D र E मा चापले काट्नुहोस् । फेरि बिन्दु D र E बाट त्यही नाप लिएर क्रमशः दुईओटा चापहरू खिचनुहोस् र चापहरू काटिसको



चित्र १



चित्र २



चित्र ३

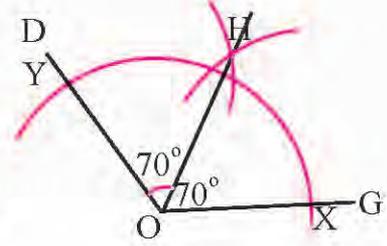
बिन्दुलाई F नाम दिनुहोस् । रुलरको प्रयोग गरी बिन्दुहरू B र F जोडनुहोस् । अब कोण ABC को अर्धक BF हुन्छ । जाँच गरेर हेर्नुहोस् ।

उदाहरण 1

दिइएको कोणको अर्धक कम्पास र रुलरको प्रयोग गरेर खिच्नुहोस् :

समाधान

यहाँ, बिन्दु O बाट OX बराबर अर्धव्यास लिएर OG को X मा र OD को Y मा काट्ने गरी चाप खिच्नुहोस् । सोही नापको अर्धव्यास लिएर बिन्दु X र Y बाट चापहरू खिच्नुहोस् र काटिएको बिन्दुलाई H नाम दिनुहोस् । बिन्दु O र H जोड्नुहोस् । अब $\angle GOH$ र $\angle DOH$ को नाप बराबर हुन्छ । तसर्थ $\angle DOG$ को अर्धक OH हो ।



अभ्यास 14.4

1. खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

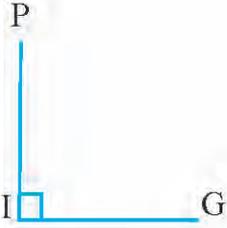
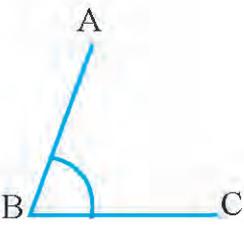
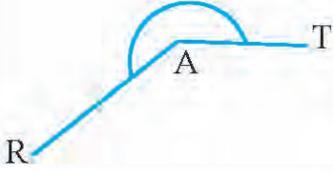
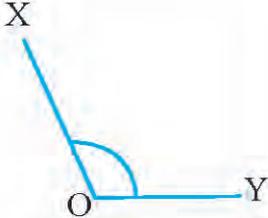
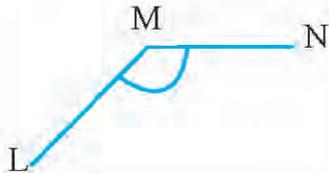
- $\angle ABC$ मा शीर्षबिन्दु हो भने र भुजाहरू हुन् ।
- एक समकोण बराबर डिग्री हुन्छ ।
- दुई समकोण मिलेर कोण बन्दछ ।
- सिधाकोण भन्दा ठूलो तर 360° भन्दा सानो कोणलाई भनिन्छ ।
- पौने सघार बजे घडीको मिनेट सुई र घण्टा सुईले बनाउने कोण कोण हो ।

2. तल दिइएका कोणहरूलाई कोणका प्रकारअनुसार तालिकामा भर्नुहोस् :

$60^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 50^\circ, 30^\circ, 220^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 45^\circ, 89^\circ, 170^\circ, 95^\circ, 250^\circ, 260^\circ, 36^\circ, 110^\circ, 22^\circ, 90^\circ,$

न्यूनकोण	समकोण	अधिक कोण	सिधा कोण	बृहत् कोण

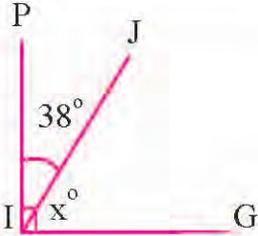
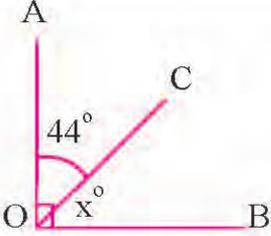
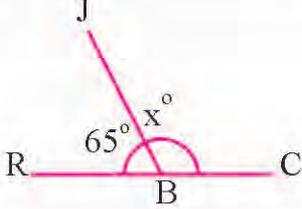
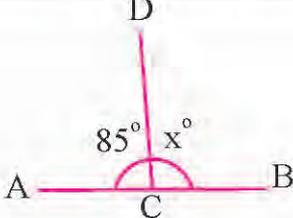
3. तल दिइएका कोणहरू नाप्नुहोस् । न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण, सिधाकोण वा बृहत् कोण के हुन्, पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 	(ख) 	(ग) 
(घ) 	(ङ) 	(च) 

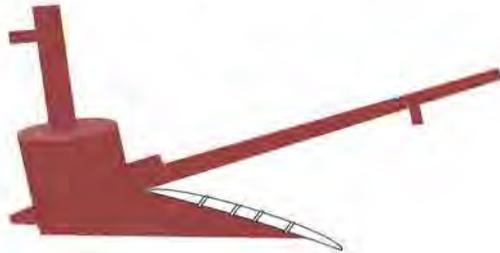
4. चाँदको प्रयोग गरी तलका नापका कोणहरू खिचेर कम्पासको प्रयोग गरी अर्धक खिच्नुहोस् :

(क) 50° (ख) 60° (ग) 100° (घ) 140°

5. तल दिइएका चित्रहरूबाट x° को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 	(ख) 
(ग) 	(घ) 

6. सउटा घडीको मिनेट सुई र घण्टा सुईले बनाएका न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण, सिधाकोण र बृहत्कोण जनाउने चित्र बनाउनुहोस् र उक्त चित्रले जनाउने समय लेख्नुहोस् ।
7. दिइएको हलोको चित्रमा न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण, सिधाकोण र बृहत्कोण तथा समानान्तर रेखाहरू र लम्ब रेखाहरू हुने भागहरूमा कोण र रेखाका प्रकारअनुसार लेख्नुहोस् :



परियोजना कार्य

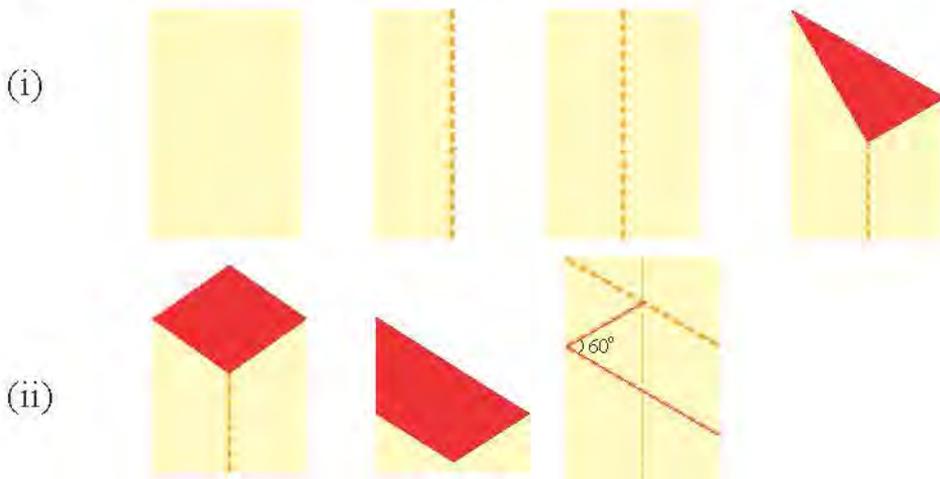
बाँसका सिन्काहरू तथा लट्ठीहरू प्रयोग गरी न्यूनकोण, समकोण, अधिक कोण, सिधा कोण र बृहत् कोण जनाउने नमुनाहरू तयार पार्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

14.5 कोणहरूको रचना (Construction of angles)

60° को कोणको रचना

(क) कागज पट्यासर

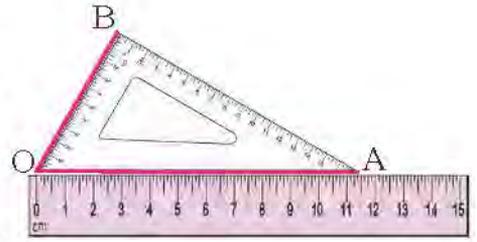
आयतकार कागज लिनुहोस् । त्यसलाई चित्रमा देखाएजस्तै गरी पट्याउँदै जानुहोस् । कुन कुन स्थानमा 60° को कोण पाउनु हुन्छ साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।



(ख) सेट स्क्वायरको प्रयोग गरेर

रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् ।

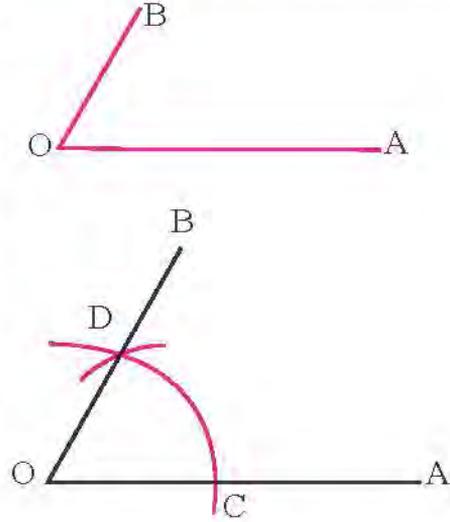
बिन्दु O मा शीर्षकोण पर्ने गरी चित्रमा देखाएभै 60° को सेटस्क्वायर राख्नुहोस् र रेखाखण्ड OB खिचनुहोस् । $\angle AOB = 60^\circ$ हुन्छ ।



(ग) कम्पास र रुलरको प्रयोग गरेर

(i) रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् ।

(ii) बिन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी OC बराबरको नापको अर्धव्यास लिई चित्रमा देखाएभै सडटा चाप खिचनुहोस् । उक्त चापले OA मा काटेको बिन्दुलाई C नाम दिनुहोस् ।



(iii) बिन्दु C बाट पहिलेको नाप बराबरको

अर्धव्यास लिई पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी बिन्दु O र D बाट जाने रेखाखण्ड OB खिचनुहोस् ।

(iv) अब चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOB$ नाप्नुहोस् । $\angle AOB = 60^\circ$ हुन्छ ।

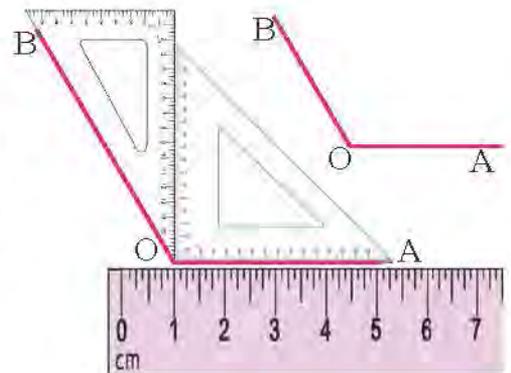
120° को कोणको रचना

(क) सेट स्क्वायरको प्रयोग गरेर

(i) रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् ।

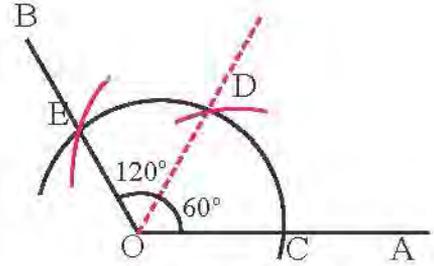
(ii) बिन्दु O मा शीर्षकोण पर्ने गरी चित्रमा देखाएभै पहिले 90° र त्यसपछि 30° को सेटस्क्वायर राख्नुहोस् र रेखाखण्ड OB खिचनुहोस् ।

(iii) $\angle AOB = 120^\circ$ हुन्छ ।



(ख) कम्पास र रुलरको प्रयोग गरेर

रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् । बिन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी OC बराबरको नापको अर्धव्यास लिई चित्रमा देखाएभैं सडटा चाप खिचनुहोस् । उक्त चापले OA मा काटेको बिन्दुलाई C नाम दिनुहोस् । बिन्दु C बाट पहिलेको नाप बराबरको अर्धव्यास लिई पहिलेको चापमा

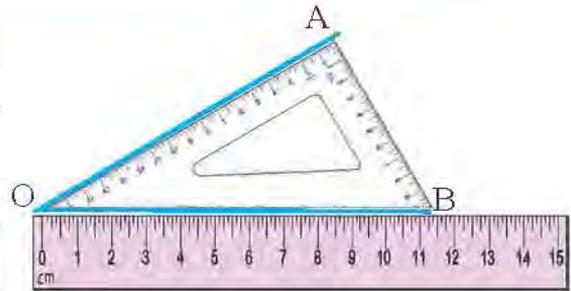


चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि D बाट सोही नापको अर्धव्यासले अर्को ठाउँमा चिह्न लगाउनुहोस् र E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी बिन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OB खिचनुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOB$ नाप्नुहोस् । $\angle AOB = 120^\circ$ हुन्छ । $\angle BOD$ को मान कति हुन्छ होला ?

30° को कोणको रचना

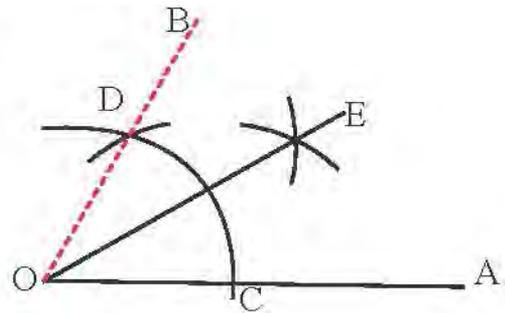
(क) सेट स्क्वायरको प्रयोग गरेर

- (i) रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OB खिचनुहोस् ।
- (ii) बिन्दु O मा शीर्षकोण पर्ने गरी चित्रमा देखाएभैं 30° को सेटस्क्वायर राख्नुहोस् र रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् ।
- (iii) $\angle AOB = 30^\circ$ हुन्छ ।



(ख) कम्पास र रुलरको प्रयोग गरेर

रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् । बिन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी OC बराबरको नापको अर्धव्यास लिई चित्रमा देखाएभैं सडटा चाप खिचनुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको बिन्दुलाई C



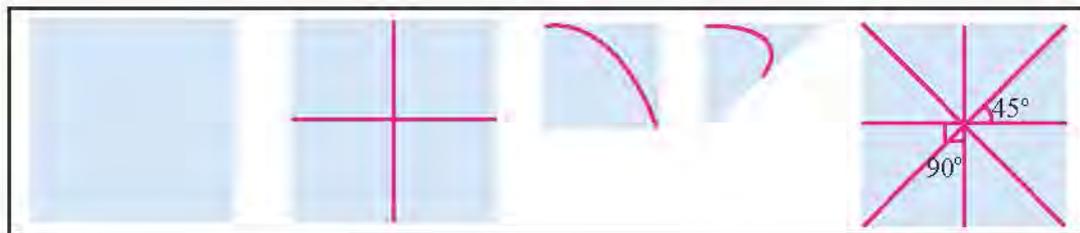
नाम दिनुहोस् । बिन्दु C बाट पहिलेको नाप बराबरको अर्धव्यास लिई पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि D बाट र C बाट सोही नापको अर्धव्यासले अर्को ठाउँमा चिह्न लगाउनुहोस् र काटिसको बिन्दुलाई E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी बिन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OE खिच्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOE$ नाप्नुहोस् । $\angle AOE = 30^\circ$ हुन्छ । $\angle BOE$ को मान कति होला ?

90° को कोणको रचना

(क) कागज पट्याएर

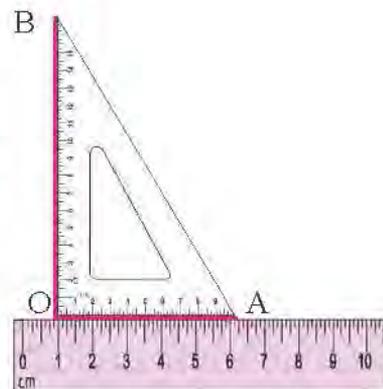
वर्गाकार कागज लिनुहोस् । चारैतर्फबाट ठिक आधामा पर्ने गरी पट्याउनुहोस् ।

फेरि चौथो चित्रमा देखाइए भैं पट्याउनुहोस् । अब त्यसलाई खोल्नुहोस् । पाँचौ चित्र जस्तै आकृति देख्न सक्नुहुने छ । रेखा तानेर कोणहरूको अवलोकन गरौं कस्ता र कति कति डिग्रीका कोणहरू बन्दा रहेछन्, अवलोकन गर्नुहोस् र त्यसपछि चाँदको प्रयोग गरी नापेर हेर्नुहोस् । साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् :



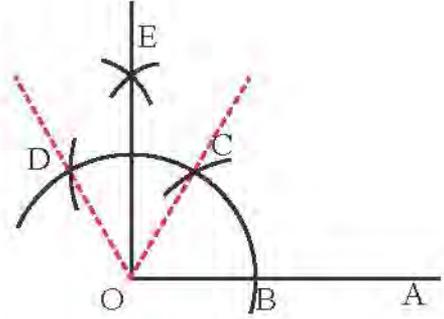
(क) सेट स्क्वायरको प्रयोग गरेर

- रुलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिच्नुहोस् ।
- बिन्दु O मा शीर्षकोण पर्ने गरी चित्रमा देखाएभैं 90° को सेट स्क्वायर राख्नुहोस् र रेखाखण्ड OB खिच्नुहोस् ।
- $\angle AOB = 90^\circ$ हुन्छ ।



(ख) कम्पास र रूलरको प्रयोग गरेर

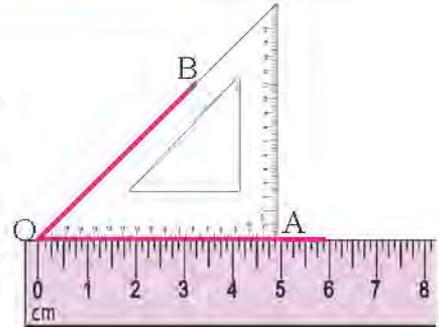
रूलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् । बिन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी निश्चित नापको अर्धव्यास लिई चित्रमा देखाएभैं सडटा चाप खिचनुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको बिन्दुलाई B नाम दिनुहोस् । बिन्दु B बाट पहिलेको नाप बराबरको अर्धव्यास लिई पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र C नाम दिनुहोस् । बिन्दु C बाट सोही नापको अर्धव्यासले उक्त चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि C र D बाट बराबर नापको अर्धव्यास लिएर चापहरू खिचनुहोस् र काटिरको बिन्दुलाई E नाम दिनुहोस् । अब रूलरको प्रयोग गरी बिन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OE खिचनुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOE$ नाप्नुहोस् । $\angle AOE = 90^\circ$ हुन्छ । $\angle DOC$ को नाप कति होला ?



45° को कोणको रचना

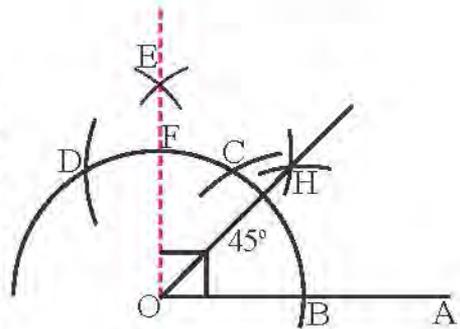
(क) सेट स्क्वायरको प्रयोग गरेर

- (i) रूलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् ।
- (ii) बिन्दु O मा शीर्षकोण पर्ने गरी चित्रमा देखाएभैं 45° को सेटस्क्वायर राख्नुहोस् र रेखाखण्ड OB खिचनुहोस् ।
- (iii) $\angle AOB = 45^\circ$ हुन्छ ।



(ख) कम्पास र रूलरको प्रयोग गरेर

रूलरको प्रयोग गरी सडटा रेखाखण्ड OA खिचनुहोस् । बिन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी OB बराबरको अर्धव्यास लिई चित्रमा देखाएभैं सडटा चाप खिचनुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको बिन्दुलाई B नाम दिनुहोस् । बिन्दु B बाट OB बराबरको अर्धव्यासले उक्त चापमा चिह्न



लगाउनुहोस् र C नाम दिनुहोस् । बिन्दु C बाट पहिलेको नाप बराबरको अर्धव्यास लिई कम्पासले पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि C र D बाट स्रउटै नापको अर्धव्यास लिसर चापहरू खिचनुहोस् र काटिसको बिन्दुलाई E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी बिन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OE खिचनुहोस् । OE ले पहिलेको अर्धवृत्तमा काटेको बिन्दुलाई F नाम दिनुहोस् । अब F र B बाट स्रउटै नापको अर्धव्यास लिई चापहरू खिचेर काटिसको बिन्दुलाई H नाम दिनुहोस् । रुलरको प्रयोग गरी बिन्दु O र H बाट जाने रेखाखण्ड OH खिचनुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOH$ नाप्नुहोस् । $\angle AOH = 45^\circ$ हुन्छ ।

नोट: 30° र 60° को बिचबाट पनि 45° कोण रचना गर्न सकिन्छ ।

अभ्यास 14.5

- चाँदको प्रयोग गरी तल दिइएका कोणहरू खिचनुहोस् :
(क) 45° (ख) 50° (ग) 65° (घ) 100° (ङ) 70° (च) 125° (छ) 150°
- सेटस्क्वायर तथा रुलरको प्रयोग गरी तल दिइएका कोणहरू खिचनुहोस् :
(क) 45° (ख) 30° (ग) 60° (घ) 90° (ङ) 120° (च) 135° (छ) 150°
- कम्पास तथा रुलरको प्रयोग गरी तल दिइएका कोणहरू रचना गर्नुहोस् :
(क) 60° (ख) 120° (ग) 90° (घ) 45° (ङ) 30°

परियोजना कार्य

रुलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी फरक फरक 30° , 45° , 60° , 90° र 120° का अनुमानित कोणहरू खिचनुहोस् । कम्पासको प्रयोग गरी सोही आधार र शीर्षबिन्दु पर्ने गरी 30° , 45° , 60° , 90° र 120° का कोणहरू खिचनुहोस् । कम्पासबिना सिसाकलम र रुलरले पहिले खिचेको र कम्पासले खिचेको कोणको नाप कति फरक पाइयो, चाँदको प्रयोग गरी नापेर प्रतिवेदन तयार पार्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

समतलीय आकृतिहरू (Plane Shapes)

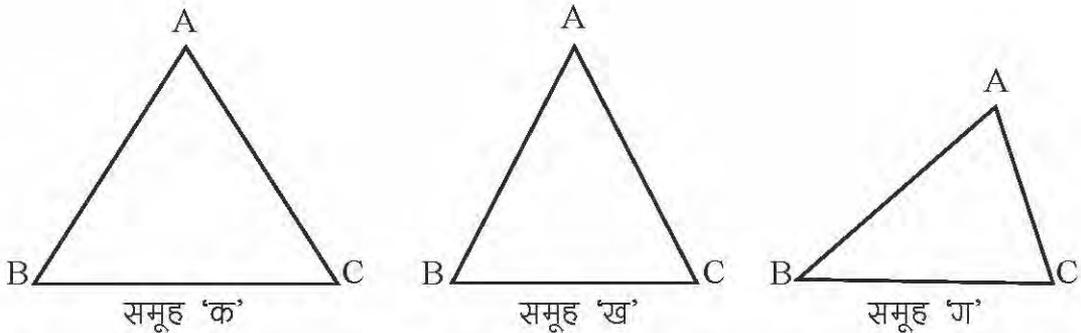
15.0 पुनरवलोकन (Review)

विद्यार्थीहरूलाई तीनओटा सिक्का सङ्कलन गर्न लगाउनुहोस् । सङ्कलित सिक्काको प्रयोग गरेर बन्द आकृति बनाउन लगाउनुहोस् । समूहमा छलफल गरी त्रिभुज बन्थो वा बनेन र बनेको भए कस्तो खालका त्रिभुज बन्थो, निष्कर्ष पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

15.1 त्रिभुजको वर्गीकरण (Classification of triangles)

क्रियाकलाप 1 (भुजाको आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण)

तीन तीन जनाको समूहमा बस्नुहोस् । प्रत्येक समूहमा शिक्षकले दिनुभएको एक एकओटा फरक फरक प्रकारका त्रिभुज ABC हरूका सबै भुजाहरूको नाप लिइर तलको तालिकामा भर्नुहोस् र दिइएका प्रश्नहरूमा छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



AB	BC	AC	निष्कर्ष

प्रत्येक समूहले आफ्नो त्रिभुजका भुजाहरूको लम्बाइ निम्नानुसार तुलना गर्नुहोस् :

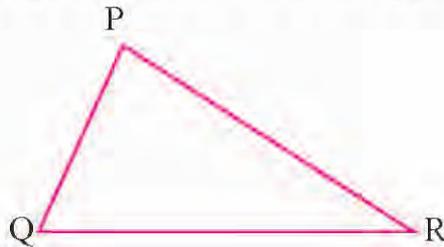
- (i) के सबै भुजाहरूको लम्बाइ बराबर छ ?
- (ii) के कुनै दुई भुजाहरूको लम्बाइ बराबर छ ?
- (iii) के सबै भुजाहरू फरक फरक नापका छन् ?

अब प्रत्येक समूहले आफ्नो त्रिभुजको नाप र प्रकारसहित समूहको निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

कुनै पनि त्रिभुजका सबै भुजाको लम्बाइ बराबर छन् भने उक्त त्रिभुजलाई समबाहु त्रिभुज (Equilateral triangle) भनिन्छ । यदि कुनै दुई भुजाहरूको लम्बाइ बराबर भएमा उक्त त्रिभुजलाई समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles triangle) भनिन्छ । त्यस्तै सबै भुजाहरूको लम्बाइ फरक फरक भएमा उक्त त्रिभुजलाई विषमबाहु त्रिभुज (Scalene triangle) भनिन्छ ।

उदाहरण 1

भुजाको आधारमा दिइएको त्रिभुजको वर्गीकरण गर्नुहोस् :



समाधान

दिइएको त्रिभुज PQR मा सबै भुजाहरूको लम्बाइ नापेर हेर्दा,

$$PQ = 2.7 \text{ cm}$$

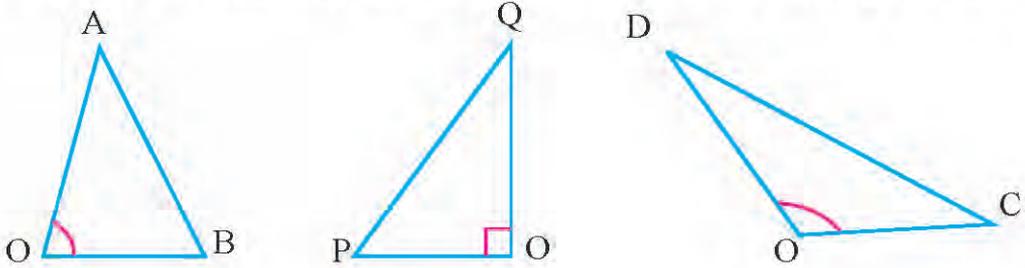
$$QR = 5 \text{ cm}$$

$$PR = 4.6 \text{ cm छ ।}$$

तसर्थ सबै भुजाको लम्बाइ फरक फरक भयो । त्यसकारण त्रिभुज PQR विषमबाहु त्रिभुज हो ।

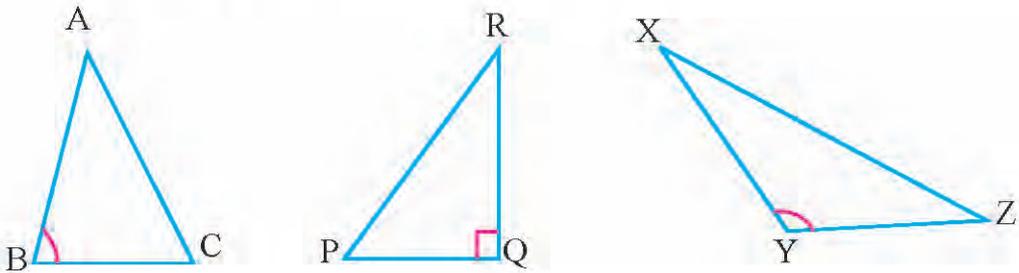
क्रियाकलाप 2 (कोणका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण)

(क) तीन तीन जनाको समूहमा बस्नुहोस् । रुलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी प्रत्येक समूहले एक एकओटा न्यूनकोण, समकोण र अधिक कोणहरू खिच्नुहोस्, जस्तै,



सबैले आफूले बनाएको कोणका अन्य दुई छेउहरू आपसमा रेखा तानेर जोड्नुहोस् । अब बन्ने त्रिभुजका कोणहरू कस्ता कस्ता होलान् ?

(ख) समूहका सदस्यहरूले आपसमा साट्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी कोणहरू नाप्नुहोस् । उक्त कोणको नाप लेखी तलको तालिकामा भर्नुहोस् र प्रत्येक समूहले शिक्षकको सहयोगमा कोणका आधारमा कस्तो त्रिभुज बन्थो भन्ने निष्कर्षसहितको समूह कार्य गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



$\triangle ABC$	$\triangle PQR$	$\triangle XYZ$	निष्कर्ष
$\angle ABC =$	$\angle PQR =$	$\angle XYZ =$	
$\angle ACB =$	$\angle PRQ =$	$\angle YZX =$	
$\angle CAB =$	$\angle QPR =$	$\angle YXZ =$	

यदि कुनै त्रिभुजका सडटा कोणको नाप 90° बराबर छ भने उक्त त्रिभुजलाई समकोणी त्रिभुज (Right angled triangle) भनिन्छ । यदि कुनै त्रिभुजका सबै कोणको नाप न्यूनकोण भएमा उक्त त्रिभुजलाई न्यूनकोणी त्रिभुज (Acute angle triangle) भनिन्छ । यदि कुनै त्रिभुजका सडटा कोण अधिककोण छ भने उक्त त्रिभुजलाई अधिककोणी त्रिभुज (Obtuse angle triangle) भनिन्छ । माथिको चित्रमा $\triangle ABC$, $\triangle PQR$ र $\triangle XYZ$ क्रमशः न्यूनकोणी, समकोणी र अधिककोणी त्रिभुजहरू हुन् ।

उदाहरण 2

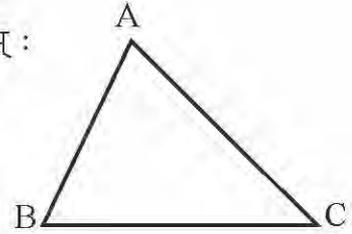
कोणहरूको आधारमा दिइएको त्रिभुजको वर्गीकरण गर्नुहोस् :

समाधान

दिइएको चाँदको प्रयोग गरी त्रिनापेर हेर्दा,

$$\angle ABC = 75^\circ, \angle BCA = 45^\circ, \angle BAC = 60^\circ$$

यहाँ, त्रिभुज ABC का सबै कोणहरू न्यून कोण छन् । त्यसैले त्रिभुज ABC न्यूनकोणी त्रिभुज हो ।

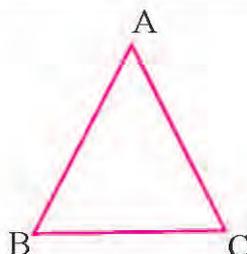
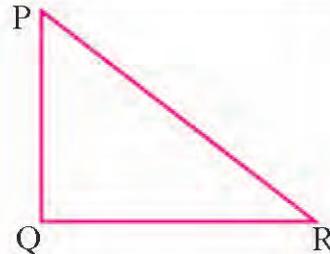
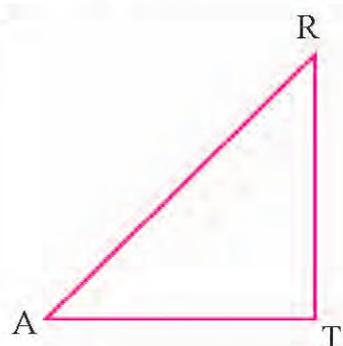
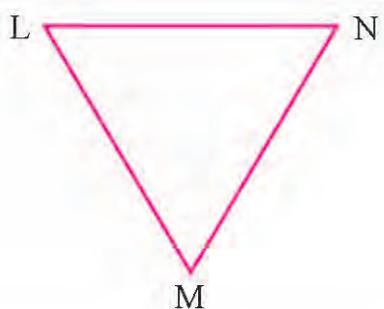


अभ्यास 15.1

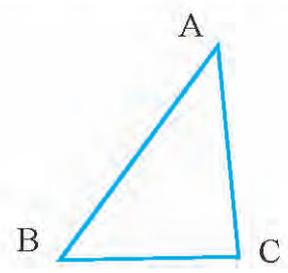
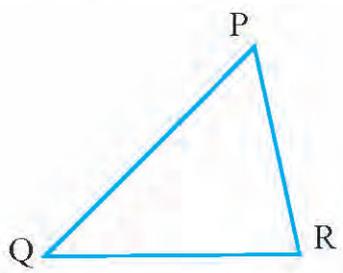
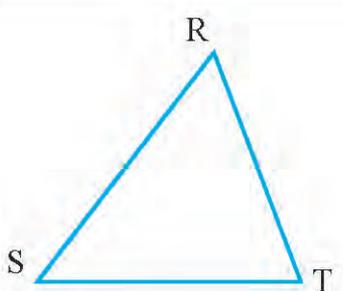
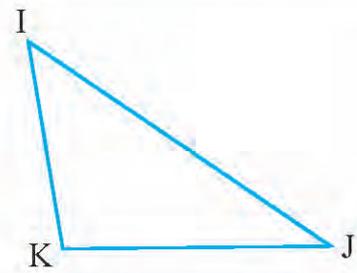
1. तलका खाली ठाउँमा उपयुक्त शब्द भर्नुहोस् :

- समबाहु त्रिभुजमा सबै कोणहरू हुन्छन् ।
- सबै भुजाहरूको लम्बाइ फरक फरक भएको त्रिभुजलाई त्रिभुज भनिन्छ ।
- भुजाका आधारमा त्रिभुज प्रकारका छन् ।
- त्रिभुजको कुनै सडटा कोणको नाप 90° भन्दा बढी भएमा उक्त त्रिभुजलाई त्रिभुज भनिन्छ ।
- भुजाका आधारमा समबाहु त्रिभुज छ भने कोणका आधारमा सधैं त्रिभुज हुन्छ ।

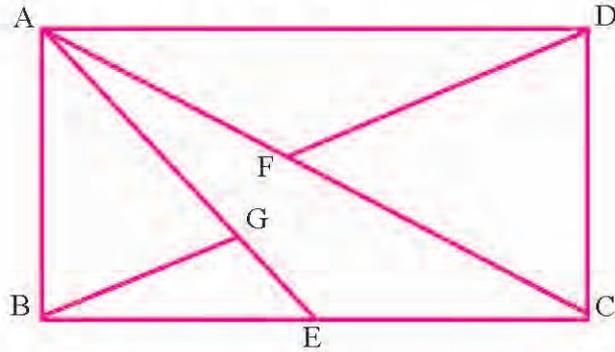
2. तल दिइएका त्रिभुजहरूलाई भुजाहरूको नापका आधारमा वर्गीकरण गर्नुहोस् :

<p>(क)</p> 	<p>(ख)</p> 
<p>(ग)</p> 	<p>(घ)</p> 

3. तल दिइएका त्रिभुजहरूलाई कोणहरूको नापका आधारमा वर्गीकरण गर्नुहोस् :

<p>(क)</p> 	<p>(ग)</p> 
<p>(घ)</p> 	<p>(च)</p> 

4. दिइएको चित्र अवलोकन गर्नुहोस् र दुई दुईओटा न्यूनकोणी, समकोणी र अधिककोणी त्रिभुजहरूको नाम लेख्नुहोस् :



5. (क) सउटा कोण $POQ = 120^\circ$ भएको त्रिभुज POQ खिच्नुहोस् । बाँकी कोणहरूको नाप चाँदको प्रयोग गरी लिनुहोस् ।
 (ख) सउटा कोण $XYZ = 60^\circ$ भएको त्रिभुज XYZ खिच्नुहोस् । बाँकी कोणहरूको नाप चाँदको प्रयोग गरी लिनुहोस् ।
 (ग) सउटा कोण $LMN = 90^\circ$ भएको त्रिभुज LMN खिच्नुहोस् । बाँकी कोणहरूको नाप चाँदको प्रयोग गरी लिनुहोस् ।
6. प्रश्न नं. 5 का सबै प्रश्नहरूको समाधान र त्रिभुजका प्रकारका बारेमा समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष पत्ता लगाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

बाँसका सिन्काहरू वा साना साना लट्ठीहरू प्रयोग गरेर भुजाका आधारमा र कोणका आधारमा त्रिभुजहरूको वर्गीकरण देखाउने नमुनाहरू तयार पारेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

15.2 चतुर्भुजहरू (Quadrilaterals)

कक्षाकोठामा भएका भ्याल, ढोकाका चौकोस तथा खापाहरू, किताबको सतह, बेन्चको सतह, शैक्षणिक पाटीको सतहको अवलोकन गर्नुहोस् र कतिओटा किनाराहरू र कतिओटा कोणहरू रहेछन, पत्ता लगाउनुहोस् ।

आयत (Rectangle)

क्रियाकलाप 1

एउटा कागज लिनुहोस् । त्यसलाई चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याउँदै जानुहोस् । बिचमा बनेको चित्र के हो ? साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।



(i)



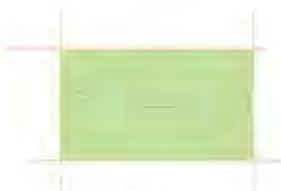
(ii)



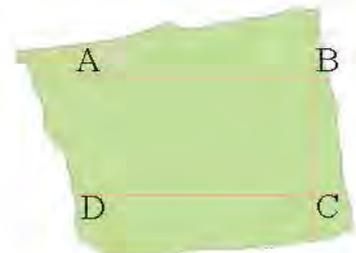
(iii)



(iv)



(v)



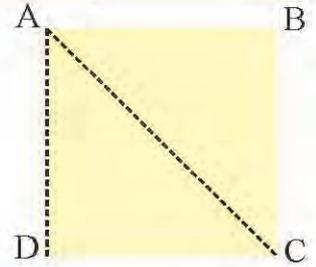
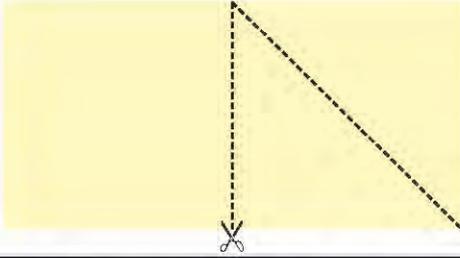
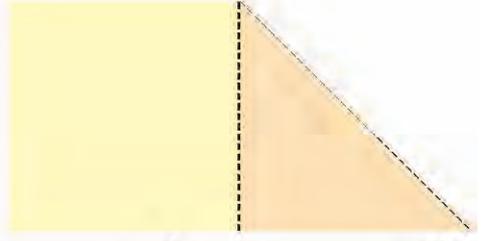
(vi)

चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरूको लम्बाइ बराबर र चारओटै कोणको नाप 90° भएमा उक्त चतुर्भुजलाई आयत भनिन्छ । माथिको चित्रमा ABCD एउटा आयत (Rectangle) हो ।

वर्ग (Square)

क्रियाकलाप 2

एउटा आयतकार (Rectangular) कागज लनुहोस् । त्यसलाई चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याउँदै जानुहोस् । अन्तिममा बनेको चित्र के हो ? साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।



चतुर्भुजका सबै भुजाहरूको लम्बाइ बराबर र चारओटै कोणको नाप 90° भएमा उक्त चतुर्भुजलाई वर्ग (Square) भनिन्छ । माथिको चित्रमा ABCD एउटा वर्ग हो ।

समानान्तर चतुर्भुज (Parallelogram)

क्रियाकलाप 3

दुई दुई जनाको समूहमा बस्नुहोस् । प्रत्येकले एक एकओटा सिधा र बराबर नाप भएकी रेखाखण्ड AB खिच्नुहोस् । रूलरको प्रयोग गरी AB सँग बराबर र समानान्तर हुने अर्को रेखाखण्ड CD खिच्नुहोस् । अब दुवै समानान्तर रेखाखण्डका एकैतिरका दुई छेउहरू जोड्नुहोस् । कस्तो चतुर्भुज बन्दछ, समूहमा छलफल गरी साभानिष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

एउटा आयतकार कागज लिनुहोस् । उक्त कागजको दुवैतिर चित्रमा देखाएजस्तै गरी बराबर दुरीमा चिह्न लगाउनुहोस् । चित्रमा देखाएजस्तै गरी पट्याउनुहोस् । अब बन्ने चित्रलाई के भनिन्छ ? साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।

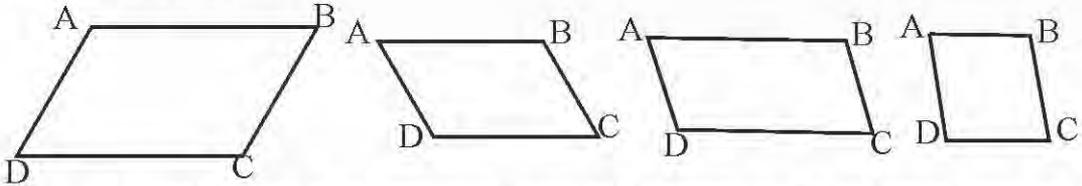




यदि कुनै पनि चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू आपसमा समानान्तर छन् भने उक्त चतुर्भुजलाई समानान्तर चतुर्भुज (Parallelogram) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 5

दुई दुई जनाको समूहमा बस्नुहोस् र प्रत्येकले एक एकओटा निम्नानुसारका चतुर्भुजका चित्रहरू लिनुहोस् :



रुलर वा चाँदको प्रयोग गरी उक्त चतुर्भुजका सबै भुजाहरू र सबै कोणहरू नाप्नुहोस् । भुजाहरूको सम्बन्ध कस्तो रह्यो र कोणहरूको नाप कति कति पाउनुभयो। समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्, जस्तै : पहिलो चित्रमा

$$AB = 3 \text{ cm}, CD = 3 \text{ cm}, AD = 2 \text{ cm}, BC = 2 \text{ cm}$$

$$\angle ABC = \angle ADC = 60^\circ, \angle BCD = \angle DAB = 120^\circ$$

समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू र सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 6

माथिको अवस्थामा सबै भुजाहरूको लम्बाइ बराबर भएमा के बन्दछ होला, समूहमा छलफल गरी लेख्नुहोस् ।

सबै भुजाहरू बराबर छन् भने त्यस्ता चतुर्भुजलाई समबाहु चतुर्भुज (Rhombus) भनिन्छ ।

त्यसै गरी माथिको क्रियाकलाप 5 का अवस्थामा प्रत्येक कोणको नाप (एक समकोण) भएमा कस्तो चतुर्भुज बन्छ होला, समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

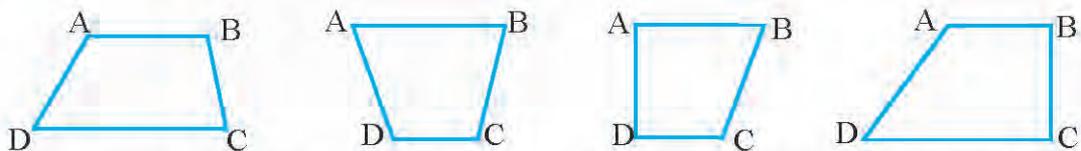
समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium)

क्रियाकलाप 7

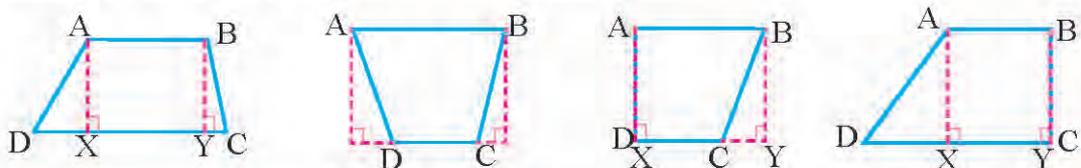
दुई दुई जनाको समूहमा बस्नुहोस् । प्रत्येकले एक एकओटा सिधा रेखाखण्ड खिच्नुहोस् । सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी उक्त रेखाखण्डसँग समानान्तर हुने अर्को रेखाखण्ड खिच्नुहोस् । अब दुवै समानान्तर रेखाखण्डका एकैतिरका दुई छेउहरू जोड्नुहोस् । कस्तो चतुर्भुज बन्दछ, समूहमा छलफल गरी साभा निष्कर्ष कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 8

दुई दुई जनाको समूहमा बस्नुहोस् र प्रत्येकले एक एकओटा निम्नानुसारका चतुर्भुजका चित्रहरू लिनुहोस् :



प्रत्येक चतुर्भुजमा बिन्दु A बाट DC मा र बिन्दु B बाट CD मा लम्बहरू AX र BY खिच्नुहोस् । रूलरको प्रयोग गरी AX र BY को नाप लिनुहोस् । AX र BY को आधारमा AB र CD लाई कस्ता रेखाहरू भन्न सकिन्छ ?

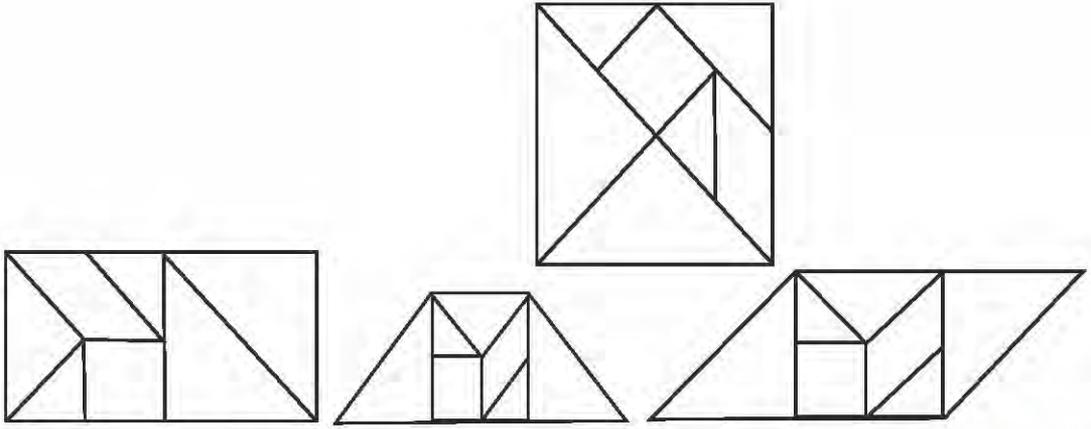


सबै अवस्थामा लम्बहरूको लम्बाइ बराबर छ । तसर्थ ती चतुर्भुजहरूलाई समलम्ब चतुर्भुजहरू भनिन्छ ।

कुनै पनि चतुर्भुजका एक जोडा सम्मुख भुजाहरू मात्र समानान्तर भएमा उक्त चतुर्भुजलाई समलम्ब चतुर्भुज भनिन्छ ।

दयानग्रामको प्रयोगबाट चतुर्भुजका निर्माण

पाँच पाँच जनाको समूहमा बस्नुहोस् र प्रत्येकले एक एकओटा दयानग्राम लिनुहोस् । उक्त दयानग्रामको प्रयोग गरी एक एकओटा आयत, वर्ग, समानान्तर चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज र समबाहु चतुर्भुज बनाउनुहोस् र आफ्नो आफ्नो कापीमा ट्रेस गर्नुहोस् । समूहले तयार पारेको कार्यलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



उदाहरण 1

दिइएको चतुर्भुज कस्तो चतुर्भुज हो, पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ, चतुर्भुज CDEF मा भुजाहरू $CF = DE = 4 \text{ cm}$

छ । त्यस्तै, $DC = EF = 2.5 \text{ cm}$ छ र $\angle CDE = \angle DEF = \angle EFC = \angle FCD = 90^\circ$ छ ।

सम्मूख भुजाहरूको नाप बराबर भयो र चारओटै कोण समकोण भयो । तसर्थ, चतुर्भुज CDEF आयत हो ।



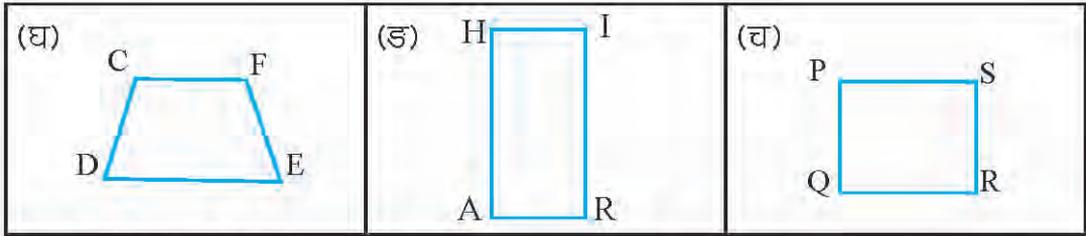
अभ्यास 15.2

1. तलका कथनहरू ठिक वा बेठिक के हुन्, छुट्याउनुहोस् :

- (क) वर्गका सबै भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।
- (ख) वर्ग र समबाहु चतुर्भुज भनेका एउटै हुन् ।

2. तलका चतुर्भुजहरूको भुजा तथा कोणहरू नापी वर्गीकरण गर्नुहोस् :

<p>(क)</p>	<p>(ख)</p>	<p>(ग)</p>
------------	------------	------------



परियोजना कार्य

आफ्नो कक्षाकोठा, घर, विद्यालय तथा अन्य सार्वजनिक स्थानहरूको अवलोकन गर्नुहोस् । उक्त स्थानमा समानान्तर चतुर्भुज, आयत, वर्ग, समलम्ब चतुर्भुज तथा समबाहु चतुर्भुज आकृति भएका दुई दुईओटा वस्तुहरूको नाम लेखी चित्र कोरेर कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

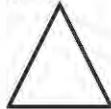
मिश्रित अभ्यास

- एन्जिलाले भनिन्, “चारओटै भुजा बराबर भएको चतुर्भुज आयत हो” एन्जिलाले त्यसमा असहमती जनाए र एन्जिलाले भने, “सम्मुख भुजाहरू बराबर र चारओटै कोण 90° भएको चतुर्भुज आयत हो ।” तलका चित्रहरूमध्ये कुन चित्रले एन्जिलको भनाइलाई समर्थन गर्दछ ।

(क)



(ख)



(ग)



(घ)



- सँगैको चित्रको अध्ययन गर्नुहोस् र दिइएका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।

(क) चार जोडी प्रतिच्छेदित रेखाहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

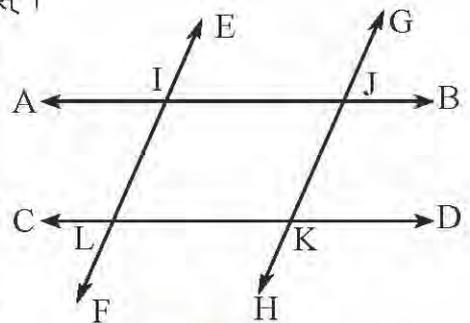
(ख) दुई जोडी समानान्तर रेखाहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

(ग) $\angle LIJ$, $\angle IJK$, $\angle ILK$ र $\angle LKJ$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) IJKL कस्तो चतुर्भुज बन्यो ?

(ङ) यदि $\angle ILK$ र $\angle LKJ$ को मान 90° भएमा यो कस्तो चतुर्भुज बन्छ होला ?

(च) चतुर्भुज IJKL कुन अवस्थामा वर्ग बन्दछ होला ?



16.0 पुनरवलोकन (Review)

तल दिइयका क्रियाकलाप गर्नुहोस् । कस्तो चित्र बन्थो ? साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् :

- (क) सउटा सिक्काको वरिपरि पेन्सिलले घेरा लगाउनुहोस् ।
- (ख) सउटा चुराको वरिपरि पेन्सिलले घेरा लगाउनुहोस् ।
- (ग) सउटा बोतलको बिकोको वरिपरि पेन्सिलले घेरा लगाउनुहोस् ।

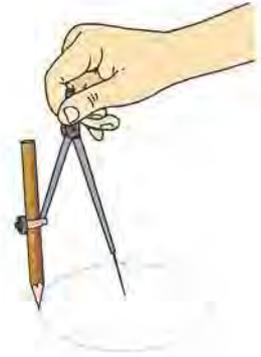


16.1 वृत्तको परिचय (Introduction to circle)

क्रियाकलाप 1

तपाईंको ज्यामिति बाकसमा भएको तिखारिणको पेन्सिल सहितको कम्पास लिनुहोस् । कम्पासको सियोलाई कापीको कुनै एक ठाउँमा अड्याएर पेन्सिलको चुच्चो घुमाउँदै जानुहोस् । अब कस्तो आकृति बन्छ ? छलफल गर्नुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

- (क) कम्पासको सियो अड्याइएको बिन्दुलाई के भनिन्छ ?
- (ख) कम्पासको सियोदेखि पेन्सिलको चुच्चो सम्मको दुरीलाई के भनिन्छ ?
- (ग) पेन्सिलको चुच्चोले बनाएको बाटो कस्तो बन्छ ?
- (घ) पेन्सिलले बनाएको बाटोलाई के भनिन्छ ?

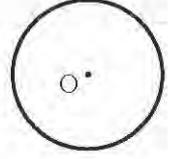


कुनै सउटा निश्चित बिन्दुबाट बराबर दुरीमा चल्ने बिन्दुको बाटोलाई वृत्त (Circle) भनिन्छ ।

16.2 वृत्तका विभिन्न भागहरू (Different parts of circle)

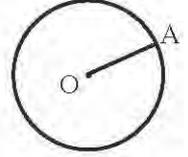
1. केन्द्रबिन्दु (Centre)

वृत्तको वरिपरिको घेराबाट बराबर दुरीमा पर्ने वृत्तभित्रको बिन्दुलाई वृत्तको केन्द्रबिन्दु भनिन्छ । चित्रमा वृत्तको केन्द्रबिन्दु O हो ।



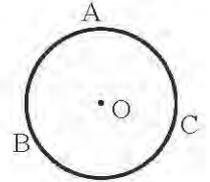
2. अर्धव्यास (Radius)

वृत्तको परिधि र केन्द्रबिन्दु जोड्ने रेखाखण्डलाई वृत्तको अर्धव्यास (Radius) भनिन्छ । चित्रमा OA वृत्तको अर्धव्यास हो ।



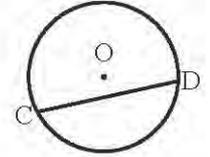
3. परिधि (Circumference)

वृत्तको वरिपरिको घेरालाई वृत्तको परिधि (Circumference) भनिन्छ । चित्रमा $\odot ABC$ वृत्तको परिधि हो ।



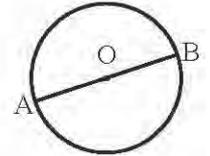
4. जीवा (Chord)

वृत्तको परिधिका कुनै दुई बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डलाई वृत्तको जीवा (Chord) भनिन्छ । चित्रमा वृत्तको जीवा CD हो ।



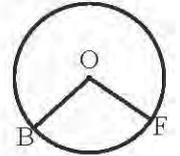
5. व्यास (Diameter)

वृत्तको केन्द्रबिन्दुबाट जाने जीवालाई वृत्तको व्यास (Diameter) भनिन्छ । चित्रमा AB वृत्तको व्यास हो । वृत्तको व्यास सबैभन्दा लामो जीवा हो ।



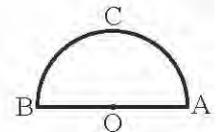
6. क्षेत्रक (Sector)

वृत्तको दुईओटा अर्धव्यासबिचको क्षेत्रलाई वृत्तको क्षेत्रक (Sector) भनिन्छ । चित्रमा वृत्तको क्षेत्रक BOF हो ।



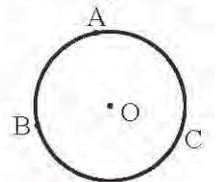
7. अर्धवृत्त (Semi-circle)

वृत्तको ठिक आधा भागलाई अर्धवृत्त (Semi-circle) भनिन्छ । $\ominus ABC$ सउटा अर्धवृत्त हो ।



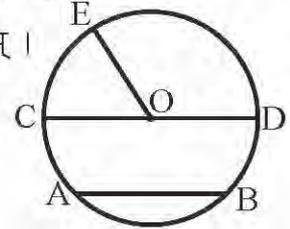
8. चाप (Arc)

वृत्तको परिधिको केही भागलाई वृत्तको चाप (Arc) भनिन्छ । वृत्त ABC को सउटा चाप AB हो ।



अभ्यास 16.1

- तल दिइएका वाक्यहरू साँचो वा भुटो के छन् छुट्याउनुहोस् :
 - वृत्तको केन्द्रबिन्दु दुईओटा हुन्छन् ।
 - वृत्तको व्यास केन्द्रबिन्दु भएर जान्छ ।
 - वृत्तको परिधिका कुनै दुई बिन्दु जोड्ने रेखाखण्डलाई वृत्तको अर्धव्यास भनिन्छ ।
 - दुई अर्धव्यास बिचको भागलाई क्षेत्रक भनिन्छ ।
 - सबै जीवा व्यास होइनन् ।
 - वृत्तको व्यास एउटा मात्रै हुन्छ ।
 - वृत्तको व्यास अर्धव्यासको दोब्बर हुन्छ ।
- वृत्तको केन्द्रबिन्दु भनेको के हो, नामकरणसहित चित्रमा प्रस्ट पार्नुहोस् ।
- वृत्तको परिधि भनेको के हो, चित्रसहित देखाउनुहोस् ।
- वृत्तको व्यास र अर्धव्यासमा के फरक छ, चित्रमा देखाउनुहोस् ।
- वृत्तको क्षेत्रकलाई परिभाषित गर्नुहोस् ।
- वृत्तको व्यास र जीवामा के फरक छ, चित्रसहित प्रस्ट पार्नुहोस् ।
- एउटा वृत्तमा कतिओटा अर्धवृत्त हुन्छन्, चित्रमा देखाउनुहोस् ।
- दायाँको वृत्तका विभिन्न भागहरूको नाम लेख्नुहोस् ।



परियोजना कार्य

तपाईंले खाना खान प्रयोग गर्ने वृत्ताकार आधार भएको प्लेट वा थालको केन्द्रबिन्दु र व्यास कसरी पत्ता लगाउनुहुन्छ ? शिक्षकसँग छलफल गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

ठोस वस्तुहरू (Solid Objects)

17.0 पुनरवलोकन (Review)

विभिन्न ज्यामितीय समतलीय सतह भएका ठोस वस्तुहरूको नाम सूचीकरण गर्नुहोस् । त्यसपछि सँगैको साथीसँग छलफल गरी दुई जनाको साझा सूची तयार पार्नुहोस् । प्रत्येक जोडीले एक एक गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् र शैक्षणिक पाटीमा तालिका निर्माण गरी तालिकामा भर्नुहोस् :

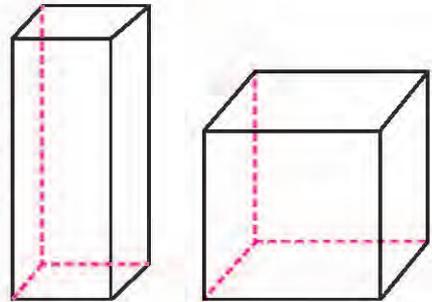
समतलीय सतहहरू	ठोस वस्तुहरू
आयत	षड्मुख
वर्ग	
वृत्त	

माथिको तालिकाका बारेमा साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् र तिनीहरू किन फरक भए भन्ने बारेमा निष्कर्ष पत्ता लगाएर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

17.1 षड्मुख र घनका सतह, किनारा र कुना (Faces, edges and vertices of cuboid and cube)

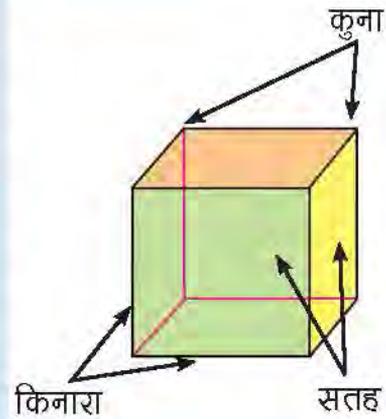
क्रियाकलाप 1

उपयुक्त सङ्ख्यामा समूहमा बस्नुहोस् र प्रत्येक समूहले एक एकओटा निम्नानुसारका ठोस वस्तुहरू लिनुहोस् । ती वस्तुहरूको अवलोकन तथा छलफल गरी तल दिइएका भागहरू पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :



- चारओटा सिधा किनाराहरू मिलेर बनेको समतलीय बन्द आकृति ।
- दुईओटा सतहहरू आपसमा जोडिएर बनेका भागहरू ।
- तीनओटा सिधा किनाराहरू आपसमा मिलेका बिन्दुहरू ।

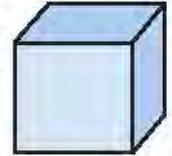
कुनै पनि ठोस वस्तुका समतलीय सतह (flat surface) लाई उक्त ठोस वस्तुको मोहडा वा सतह (face) भनिन्छ । यसलाई अङ्ग्रेजी F ले जनाइन्छ । दुईओटा सतहहरू आपसमा जोडिएको भागलाई किनारा (Edge) भनिन्छ यसलाई अङ्ग्रेजी अक्षर E ले जनाइन्छ । त्यस्तै दुई वा सोभन्दा बढी किनाराहरू मिलेको भागलाई उक्त ठोसको कुना वा शीर्षबिन्दु (Vertex) भनिन्छ । यसलाई अङ्ग्रेजी अक्षर V ले जनाइन्छ ।



17.1.1 ठोस वस्तुका सतह, किनारा र कुनाको सम्बन्ध (Relation between face, edge and vertex)

क्रियाकलाप 2

उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीहरूको समूह बनाउनुहोस् र प्रत्येकले एक एकओटा ठोस वस्तुहरू लिनुहोस् । ती वस्तुहरूको अवलोकन तथा छलफल गरी तलका कुराहरू पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



- दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा समतलीय सतहहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।
- दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा सिधा किनाराहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।
- दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा शीर्षबिन्दुहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।
- सबै समूहले आफ्नो समूहले गणना गरेको कुनाहरूको सङ्ख्या र सतहहरूको सङ्ख्या जोडनुहोस् ।
- उक्त योगफलबाट किनाराहरूको सङ्ख्या घटाउनुहोस् ।
- षड्मुख र घनको सतह, कुना र किनाराबिचको सम्बन्ध पत्ता लगाउनुहोस् ।

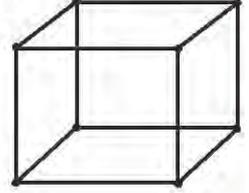
कुनै पनि घन वा षड्मुखाको कुनालाई V, किनारालाई E र सतहलाई F मान्दा $V - E + F = 2$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

चकको बट्टाको 6 ओटा सतह र 8 ओटा कुना छन् भने किनाराको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

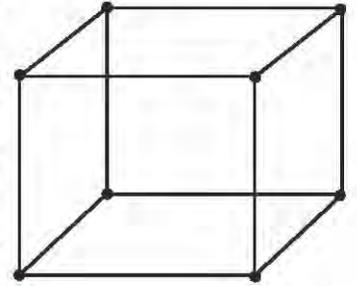
समाधान

यहाँ, चकको बट्टाको सतहहरूको सङ्ख्या $(F) = 6$
चकको बट्टाको कुनाहरूको सङ्ख्या $(V) = 8$
चकको बट्टाको किनाराहरूको सङ्ख्या $(E) = ?$
हामीलाई थाहा छ, $V - E + F = 2$
अथवा, $8 - E + 6 = 2$
अथवा, $14 - E = 2$
अथवा, $E = 14 - 2 = 12$



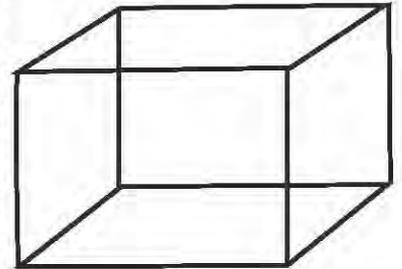
17.1.2 घनको खोक्रा नमुना निर्माण (Skeleton model of cube)

उपयुक्त समूहहरू निर्माण गर्नुहोस् । प्रत्येक समूहले 12 ओटा बराबर नापका सिन्काहरू र आठ टुक्रा आलु वा अन्य नरम वस्तुहरूका टुक्राहरू लिनुहोस् । अब चित्रमा देखाएजस्तै गरी सिन्काहरू र आलुका टुक्राहरू जोड्नुहोस् । कस्तो आकृति बन्थो ? यसमा कतिओटा समतलीय सतहहरू, कतिओटा किनाराहरू र कतिओटा कुनाहरू बने, अवलोकन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।



17.1.3 षड्मुखको खोक्रा नमुना निर्माण

उपयुक्त समूहहरू निर्माण गर्नुहोस् । प्रत्येक समूहले 12 ओटा जुस पाइप वा छ्वालीका टुक्राहरू (आठओटा एउटै नापका र बाँकी चारओटा आठओटाको भन्दा फरक तर एउटै नापका) र केही धागो लिनुहोस् । त्यसपछि आठओटा टुक्राहरू प्रयोग गरेर दुईओटा वर्ग तयार गर्नुहोस् । दुवै वर्गहरूका शीर्षबिन्दुहरूबाट धागो र बाँकी चारओटा जुसपाइप वा छ्वालीका टुक्राहरू मिलाई जोड्नुहोस् ।



कस्तो आकृति बन्थो ? यसमा कतिओटा समतलीय सतहहरू, कतिओटा किनाराहरू र कतिओटा कुनाहरू छन्, अवलोकन गरी समूहमा छलफल गर्नुहोस् ।

अभ्यास 17.1

- तलका वाक्यहरू ठिक वा बेठिक के हुन, छुट्याउनुहोस् :
 - घनका सबै किनाराहरू बराबर हुन्छन् ।
 - घनमा जम्मा पाँचओटा वर्गाकार सतहहरू हुन्छन् ।
 - घनमा जम्मा शीर्षबिन्दुहरूको सङ्ख्या षड्मुखाको शीर्षबिन्दुहरूको सङ्ख्या भन्दा थोरै हुन्छ ।
 - षड्मुखाका सबै किनाराहरूको लम्बाइ बराबर भएमा उक्त षड्मुखालाई घन भनिन्छ ।
 - षड्मुखाका सबै समतलीय सतहहरू बराबर हुँदैनन् ।
- तलका प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस् :
 - घन भनेको के हो ?
 - षड्मुखाका सतह, किनारा तथा कुना भन्नाले के के बुझिन्छ ?
 - षड्मुखाका सतह, किनारा तथा कुनाको सम्बन्ध जनाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।
 - घन र षड्मुखाको मुख्य फरक लेख्नुहोस् ।
- एउटा घनाकार गोटीमा जम्मा किनाराको सङ्ख्या 12 छ । त्यसको कुनाहरूको सङ्ख्या कति भएमा उक्त गोटीमा समतलीय सतहको सङ्ख्या 6 हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- एउटा षड्मुखाकार ट्याङ्कीका जम्मा समतलीय सतहका सङ्ख्या 6 छ । त्यसको किनाराहरूको सङ्ख्या कति भएमा कुनाको सङ्ख्या 8 हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- मसी सकिइका कलमका सुइराहरू, छ्वालीहरू, बाँस तथा निगालाका सिन्काहरू तथा धागो प्रयोग गरेर विभिन्न नापका घन तथा षड्मुखाहरू निर्माण गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

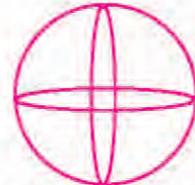
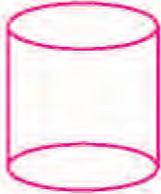
उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

17.2 बेलना, गोला र सोली (Cylinder, sphere and cone)

सबै समूहले तल दिइएका जस्तै एक एकओटा ठोस वस्तुहरू लिनुहोस् । उक्त ठोस वस्तुको अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर समूहमा छलफल गरी खोज्नुहोस् :

- (क) दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा र कस्ता समतलीय सतहहरू छन्, गणना गर्नुहोस् र लेख्नुहोस् ।
- (ख) दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा सिधा किनाराहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।
- (ग) दिइएको ठोस आकृतिमा कतिओटा शीर्षबिन्दुहरू वा कुनाहरू छन्, गणना गर्नुहोस् ।
- (घ) के ती वस्तुहरूलाई गुडाउन सकिन्छ ?



माथिको छलफलबाट निम्नानुसारको निष्कर्ष पत्ता लगाउन सकिन्छ :

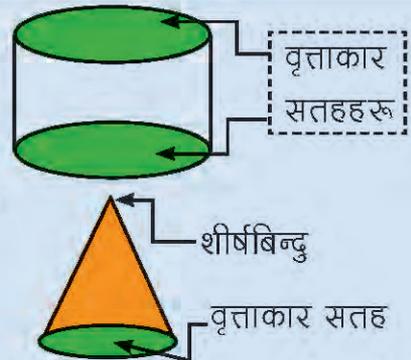
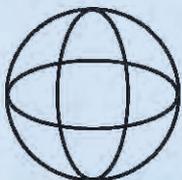
पहिलो चित्रमा दुईओटा वृत्ताकार सतहहरू छन् । यसमा सउटा पनि कुना छैन र सउटा वक्रसतह छ । यो बेलना हो ।

त्यस्तै गरी दोस्रो वस्तु अवलोकन गर्दा यसमा सउटा कुना वा शीर्षबिन्दु, सउटा वृत्ताकार सतह र वक्रसतह छ । यो सोली हो ।

तेस्रो वस्तुलाई हेर्दा कुनै पनि समतलीय सतह र कुना छैनन् । यसलाई गोला भनिन्छ ।

दुईओटा बराबर र समानान्तर वृत्ताकार सतहहरू र सउटा वक्र सतह भएको ठोस आकृतिलाई बेलना (Cylinder) भनिन्छ, जस्तै,

सउटा शीर्षबिन्दु र सउटा वृत्ताकार आधार भएको ठोस आकृतिलाई सोली (Cone) भनिन्छ ।



कुनै पनि समतलीय सतह र शीर्षबिन्दु नभएको ज्यामितीय ठोस आकृतिलाई गोला (Sphere) भनिन्छ ।

उदाहरण 1

तल दिइयका ठोस वस्तुहरू कस्ता आकृतिका छन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् :

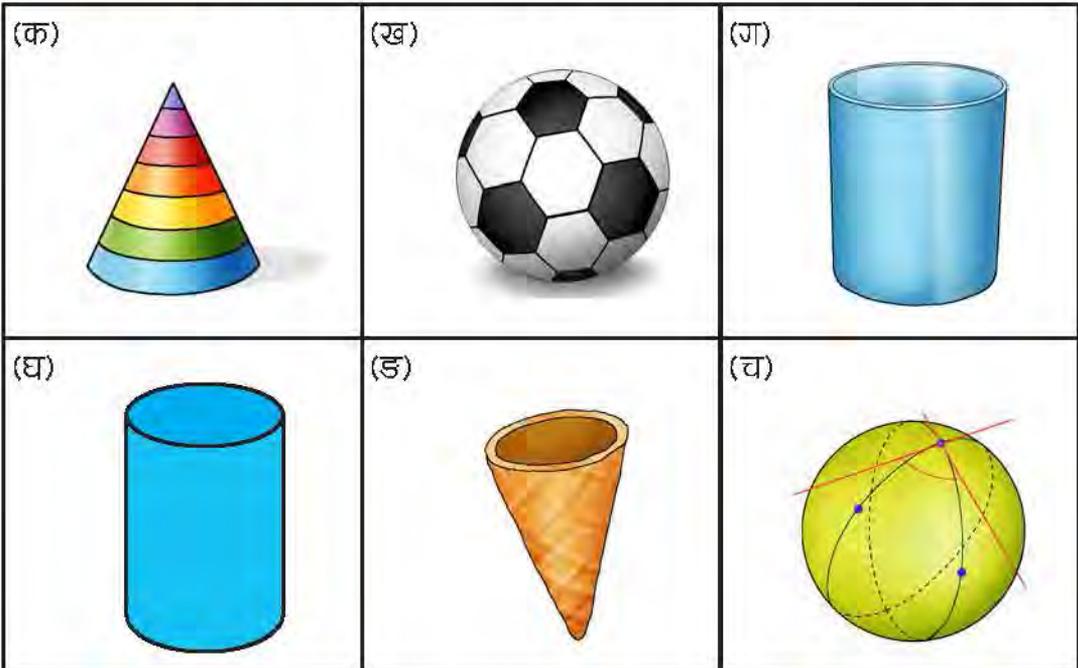


समाधान

- (क) यहाँ, दिइयको वस्तु बेलनाकार छ किनकि यसमा दुईओटा वृत्ताकार सतहहरू र एउटा वक्र सतह छन् ।
- (ख) यहाँ, दिइयको वस्तु ग्लोब हो । यसमा कुनै पनि समतलीय आकृति तथा सतहहरू र शीर्षबिन्दु छैनन् । त्यसैले यो गोला हो ।
- (ग) यहाँ, दिइयको वस्तु सोली आकारको छ किनकि यसमा एउटा समतलीय सतह र एउटा शीर्षबिन्दु छ ।

अभ्यास 17.2

1. तल दिइयका ठोस वस्तुहरू कस्ता आकृतिका छन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् :



2. तलका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

(क) बेलना भनेको के हो ? कुनै दुईओटा गुणहरू लेख्नुहोस् ।

(ख) बेलना र सोलीमा भएका एउटा समानता र एउटा फरक लेख्नुहोस् ।

(ग) गोला र बेलनामा के फरक छ, लेख्नुहोस् ।

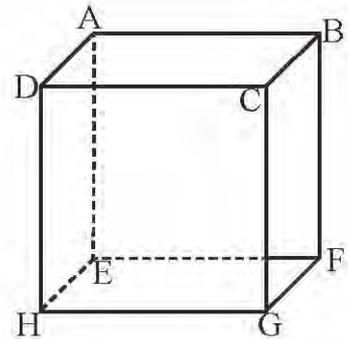
3. समतलीय आकृति र ठोस वस्तुमा के फरक छ ? चित्रसहित लेख्नुहोस् ।

4. सँगैको षड्भुजाकार चित्र अवलोकन गर्नुहोस् ।

(क) सबै छओटा समतलीय सतहहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

(ख) तीन जोडी समानान्तर सतहहरू छुट्याउनुहोस् ।

(ग) कस्तो अवस्थामा दिइएको आकृति घनाकार आकृति बन्छ होला ?



परियोजना कार्य

तपाईंको घरमा भएका वा घरमा प्रयोग गर्ने पाँच पाँचओटा गोलाकार, बेलनाकार र सोली आकारका वस्तुहरूको खोजी गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

निर्देशाङ्क ज्यामिति (Co-ordinate Geometry)

18.0 पुनरवलोकन (Review)

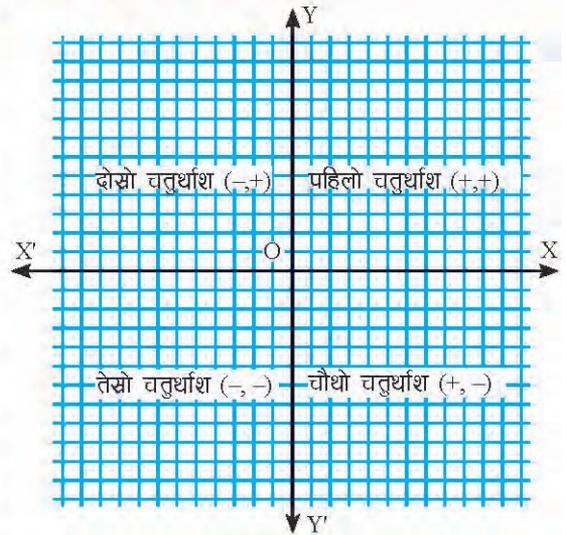
1 देखि 9 सम्म लेखिएका सङ्ख्यापत्ती र A देखि I सम्म लेखिएका अक्षरपत्तीहरूको गड्डी (deck) लिनुहोस् । चार चार जनाको समूहमा तलको खेल खेल्नुहोस् :

- (क) प्रत्येकले पहिले अक्षरपत्ती र त्यसपछि सङ्ख्यापत्तीको गड्डी (deck) बाट एक एकओटा गरी दुईओटै गड्डीबाट पत्ती निकाल्नुहोस् । यदि पहिलो पटक निकालेको अक्षरपत्ती C र सङ्ख्यापत्ती 6 भए तलको ग्राफ बोर्डमा दिइएजस्तै गरी C, 6 जनाउने कोठामा C, 6 लेखेर रङ्ग भर्नुहोस् ।
- (ख) पहिले निकालेको अक्षरपत्ती र सङ्ख्यापत्तीलाई पुनः सोही गड्डीहरूमा राख्नुहोस् ।
- (ग) त्यसरी नै सबैले 5 पटक सम्म अक्षरपत्ती र सङ्ख्यापत्ती भिक्नुहोस् र उक्त जोडा जनाउने कोठामा फरक फरक रङ्ग भर्नुहोस् ।
- (घ) अन्त्यमा सबैले भरेको रङ्गका कोठाहरू कति एकाइ तेर्सो र कति एकाइ ठाडोमा रहेका कोठा भए, गनेर लेख्नुहोस्, जस्तै : C,6 भनेको (3,6) हो भनी निष्कर्ष निकाल्न सहयोग गर्नुहोस् ।
- (ङ) कसले सबैभन्दा बढी मिलाउँछ, उसलाई विजयी घोषणा गर्नुहोस् ।

9									
8									
7									
6			C,6						
5									
4									
3									
2									
1									
0	A	B	C	D	E	F	G	H	I

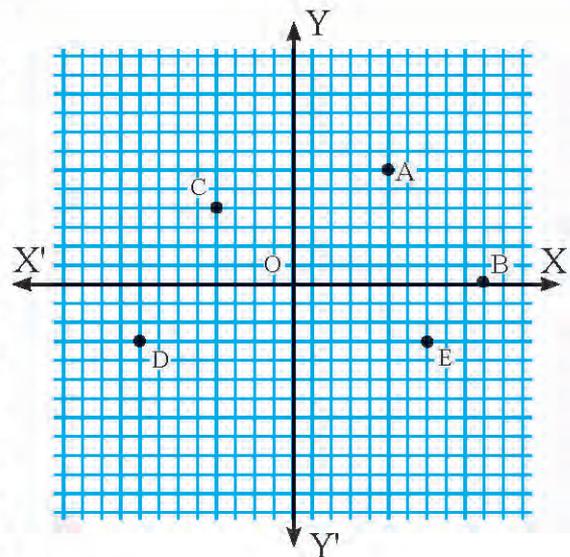
18.1 अक्षहरू र चतुर्थांशहरू (Axes and quadrant)

सँगैको चित्र ग्राफ बोर्डको चित्र हो । यसको अध्ययन गर्नुहोस् । यसमा दुईओटा सिधा रेखाहरू XX' र YY' आपसमा समकोण हुने गरी बिन्दु O मा प्रतिच्छेदन भएका छन् । बिन्दु O लाई उद्गम बिन्दु भनिन्छ । आपसमा O मा प्रतिच्छेदित रेखाहरूलाई अक्षहरू (Axes) भनिन्छ । XX' लाई X अक्ष र YY' लाई Y अक्ष भनिन्छ । OX लाई धनात्मक X अक्ष र OX' लाई ऋणात्मक X अक्ष भनिन्छ । त्यस्तै, OY लाई धनात्मक Y अक्ष र OY' लाई ऋणात्मक Y अक्ष भनिन्छ । XOY , YOX' , $X'OY'$ र $Y'OX$ हुन् । यिनीहरूलाई क्रमशः पहिलो, दोस्रो, तेस्रो र चौथो चतुर्थांशहरू भनिन्छ ।



18.1.1 निर्देशाङ्कहरू (Coordinates)

दिइएको लेखाचित्रमा अवलोकन गर्दा बिन्दु O बाट A मा जान कति एकाइ दायाँ र कति एकाइ माथि जानुपर्ला ? गणना गर्नुहोस् । यहाँ, बिन्दु O बाट 5 एकाइ दायाँ र 6 एकाइ माथि गइपछि बिन्दु A मा पुगिन्छ । यसलाई $(5, 6)$ लेखिन्छ । $(5, 6)$ लाई A को निर्देशाङ्क भनिन्छ । त्यस्तै, बिन्दु D मा पुग्नका लागि बिन्दु O बाट 8 एकाइ बायाँ र 3 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ यसलाई -8 र -3 लेखिन्छ । तसर्थ $(-8, -3)$ बिन्दु D को निर्देशाङ्क हो । अन्य बिन्दुको निर्देशाङ्क कति होला ? चित्रमा गनेर लेख्नुहोस् ।



यसरी उद्गम बिन्दु O बाट दायाँतिर कुनै बिन्दुको x निर्देशाङ्क धनात्मक हुन्छ भने

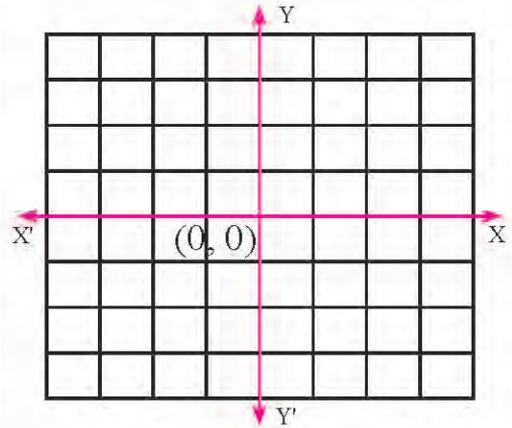
बायाँतिर ऋणात्मक हुन्छ । त्यसै गरी उदगम बिन्दु O बाट माथि धनात्मक हुन्छ भने तल ऋणात्मक हुन्छ । यसलाई निम्नानुसार तालिकामा देखाउन सकिन्छ :

दायाँ, माथि	→ (+, +)
दायाँ, तल	→ (+, -)
बायाँ, माथि	→ (-, +)
बायाँ, तल	→ (-, -)

क्रियाकलाप 1

चौरमा रङ वा डोरीको प्रयोग गरी दिइएको जस्तै ग्रिड बनाउनुहोस् । (0, 0) बाट सुरु गरेर तलको क्रियाकलापहरू गर्नुहोस् :

रातो र निलो दुईओटा डाइस लिनुहोस् । दुईओटा सिक्का पनि लिनुहोस् । पहिलो सिक्कामा दायाँ र बायाँ तथा दोस्रो सिक्कामा तल वा माथि मान्नुहोस् र रातो डाइस र पहिलो सिक्का तथा निलो डाइस र दोस्रो सिक्का सँगै उफार्नुहोस् । पहिले रातो डाइस उफार्दा आएको अङ्क तेर्सो र दायाँ वा बायाँ तथा निलो डाइस परेको अङ्क ठाडोमा तल वा माथि भर्नुहोस् । सबैको पालो पुगेपछि आफ्नो आफ्नो स्थान पहिचान गरी उक्त ठाउँमा गएर उभिनुहोस् ।

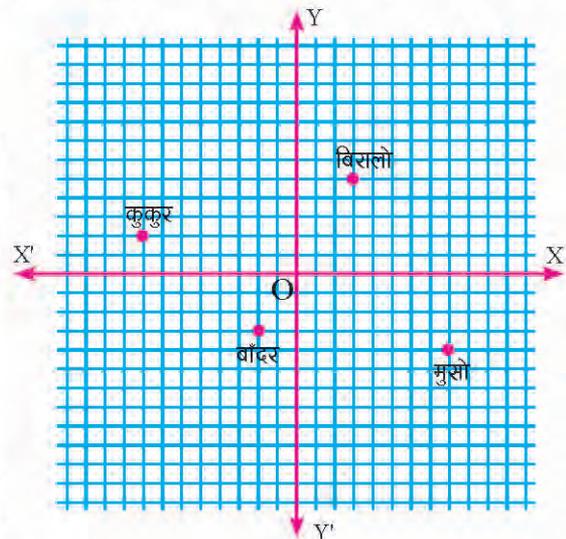


उदाहरण 1

सँगैको चित्रमा दिइएका जनावरहरूको स्थानमा पुग्न उदगम बिन्दुबाट कति कति एकाइ दायाँ, बायाँ, माथि वा तल हिंड्नुपर्छ लेख्नुहोस् ।

समाधान

यहाँ, लेखाचित्रमा हेर्दा बिरालाको स्थानमा पुग्नका लागि उदगम बिन्दुबाट 3 एकाइ दायाँ र 5 एकाइ माथि पुगनुपर्छ । तसर्थ



बिरालाको स्थान $(3, 5)$ भयो ।

कुकुरको स्थानमा पुग्नका लागि उदगम बिन्दुबाट 8 एकाइ बायाँ र 2 एकाइ माथि जानुपर्दछ । तसर्थ कुकुरको स्थान $(-8, 2)$ भयो ।

बाँदरको स्थानमा पुग्नका लागि उदगम बिन्दुबाट 2 एकाइ बायाँ र 3 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ बाँदरको स्थान $(-2, -3)$ भयो ।

मुसाको स्थानमा पुग्नका लागि उदगम बिन्दुबाट 8 एकाइ दायाँ र 4 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ मुसाको स्थान $(8, -4)$ भयो ।

उदाहरण 2

सँगैको ग्राफमा दिइएका बिन्दुहरूका निर्देशाङ्कहरू पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ ग्राफमा दिइएका बिन्दुहरूका निर्देशाङ्कहरू निम्नानुसार पत्ता लगाउन सकिन्छ :

A मा पुग्न 8 एकाइ दायाँ र 7 एकाइ माथि जानुपर्दछ । तसर्थ यो प्रथम चतुर्थांशमा पर्दछ । यसको निर्देशाङ्क $(8, 7)$ हुन्छ ।

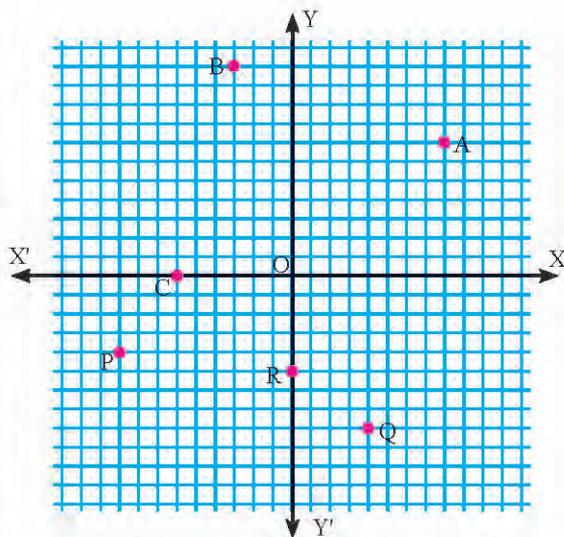
B मा पुग्न 3 एकाइ बायाँ र 11 एकाइ माथि जानुपर्दछ । तसर्थ, यो दोस्रो चतुर्थांशमा पर्दछ । यसको निर्देशाङ्क $(-3, 11)$ हुन्छ ।

C मा पुग्न 6 एकाइ बायाँ जानुपर्दछ । यहाँ माथि वा तल जानुपर्दैन । तसर्थ यो ऋणात्मक X अक्षमा पर्दछ । यसको निर्देशाङ्क $(-6, 0)$ हुन्छ ।

P मा पुग्न 9 एकाइ बायाँ र 4 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ यो तेस्रो चतुर्थांशमा पर्दछ । यसको निर्देशाङ्क $(-9, -4)$ हुन्छ ।

Q मा पुग्न 4 एकाइ दायाँ र 8 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ यो चौथो चतुर्थांशमा पर्दछ । यसको निर्देशाङ्क $(4, -8)$ हुन्छ ।

R मा पुग्न उदगम बिन्दुबाट 5 एकाइ तल जानुपर्दछ । तसर्थ यो यो ऋणात्मक Y अक्षमा पर्दछ । यसको निर्देशाङ्क $(0, -5)$ हुन्छ ।



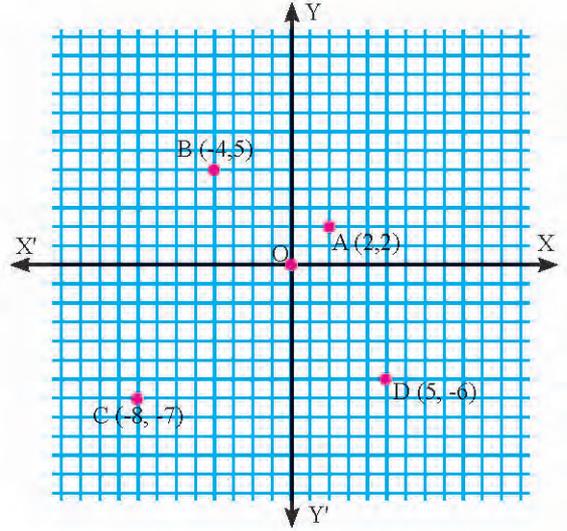
उदाहरण 3

दिइएका बिन्दुहरूलाई ग्राफमा अङ्कन गर्नुहोस् :

$A(2, 2)$, $B(-4, 5)$, $C(-8, -7)$,
 $D(5, -6)$,

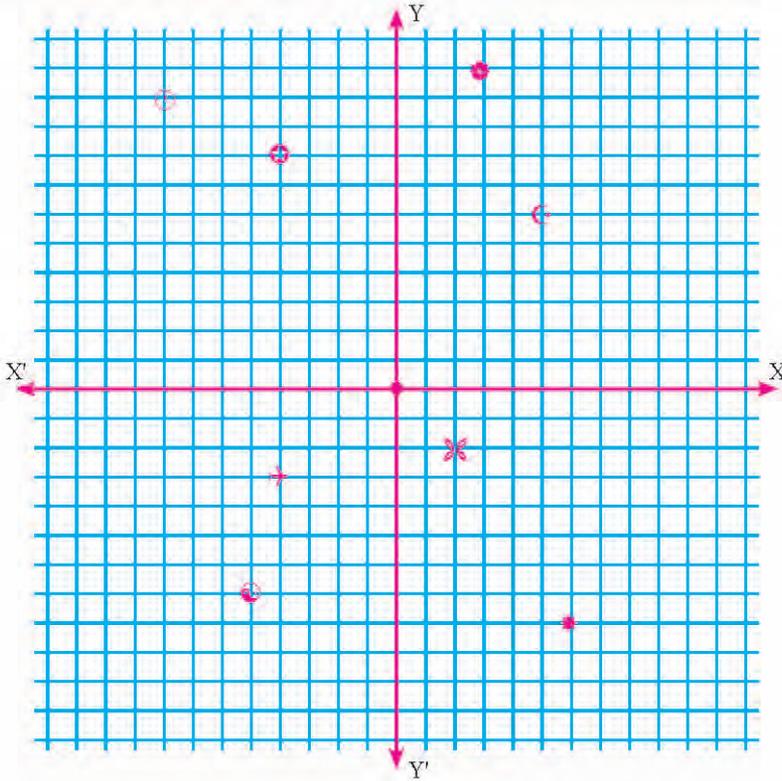
समाधान

माथिका बिन्दुहरूलाई सँगैको लेखाचित्रमा देखाइएको छ :

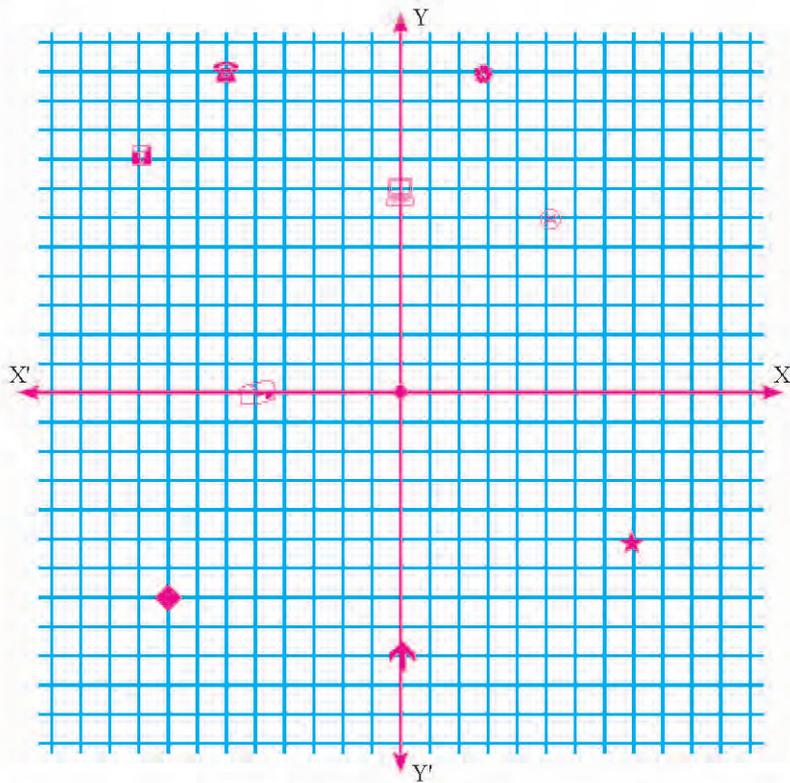


अभ्यास 18

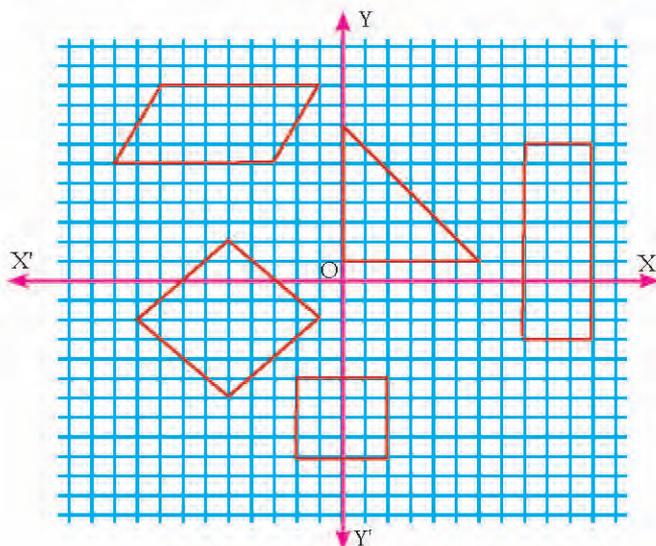
1. दिइएका वर्गाङ्कित कागजमा भएका वस्तुहरू कुन कुन चतुर्थांशमा वा अक्षमा पर्दछन्, पत्ता लगाउनुहोस् :



2. तल दिइएको वर्गाङ्कित कागजमा भएका आकृतिहरूका निर्देशाङ्कहरू पत्ता लगाउनुहोस् :



3. दिइएको ग्राफमा भएका आकृतिहरूको शीर्षबिन्दुहरूका निर्देशाङ्कहरू लेख्नुहोस् :



4. (अ) तल दिइएका निर्देशाङ्कहरूलाई वर्गाङ्कित कागज (लेखाचित्रमा) मा अङ्कन गर्नुहोस् । ती बिन्दुहरूलाई क्रमैसँग जोडेर कस्तो आकृति बन्छ, नाम लेख्नुहोस् :
- (क) (4, 4), (-4, 4), (-4, 4) र (4, -4) (ख) (0, 6), (-6, 0) र (6, 0)
- (ग) (6, 0), (6, 7) र (0, -2) (घ) (8, 9), (4, 9), (6, 2) र (2, 2)
- (ङ) (0, 9), (5, 9), (0, -2) र (5, -2)
- (आ) माथिका लेखाचित्रमा बनेका चित्रहरूका वर्गाकार कोठाहरू गनेर क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (इ) सबैभन्दा धेरै क्षेत्रफल भएको आकृति कुन होला ?

परियोजना कार्य

कक्षाको एउटा कुनालाई उद्गम बिन्दु मान्नुहोस् । वर्गाकार कोठाहरू हुने गरी रेखाहरू खिच्नुहोस् । उद्गम बिन्दु मानिएको बिन्दुमा मिलेका लम्बाइ र चौडाइ जनाउने किनाराहरूलाई X र Y अक्ष मानेर कक्षाकोठामा आफ्नो र आफ्ना साथीहरूको स्थान पहिचान गर्नुहोस् ।

उत्तर

सबै उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

सममिति र टेसेलेसन (Symmetry and Tessellation)

19.0 पुनरवलोकन (Review)

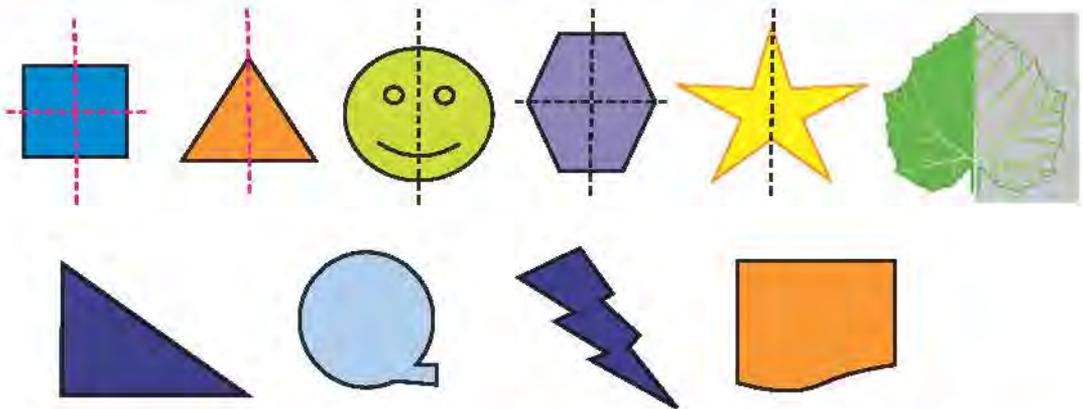
सबै विद्यार्थीहरूले एक एकओटा आकृतिहरूको चित्र बनाउनुहोस् । प्रत्येकले बनाएको आकृतिलाई बराबर भागमा बाँड्न सकिन्छ वा सकिँदैन यदि सकिन्छ भने कति तरिकाले बाँड्न सकिन्छ ?

समूहमा साथीहरूसँग छलफल गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

19.1 सममितीय चित्रहरू (Symmetric figures)

क्रियाकलाप 1

सबैले एक एकओटा वस्तुका चित्र लिनुहोस् र ठिक आधा हुने गरी पट्याउनुहोस् । के सबैलाई ठिक आधा हुने गरी पट्याउन सम्भव भयो ? कुन चित्रलाई कति तरिकाले बराबर दुई भाग हुने गरी पट्याउन सकियो ? आफ्नो बेन्चका साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् । पट्याइएको ठाउँमा डट रेखा खिच्नुहोस् । उक्त रेखाबाट दुवैतिरका भागहरू अवलोकन गर्नुहोस् । के तिनीहरू बराबर छन् ? साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस् ।



दुई बराबर भागमा पट्याउन सकिने चित्रलाई सममितीय चित्रहरू भनिन्छ । पट्याइएको ठाउँमा खिचिएको dotted रेखालाई सममितिको अक्ष (axis of symmetry) भनिन्छ ।

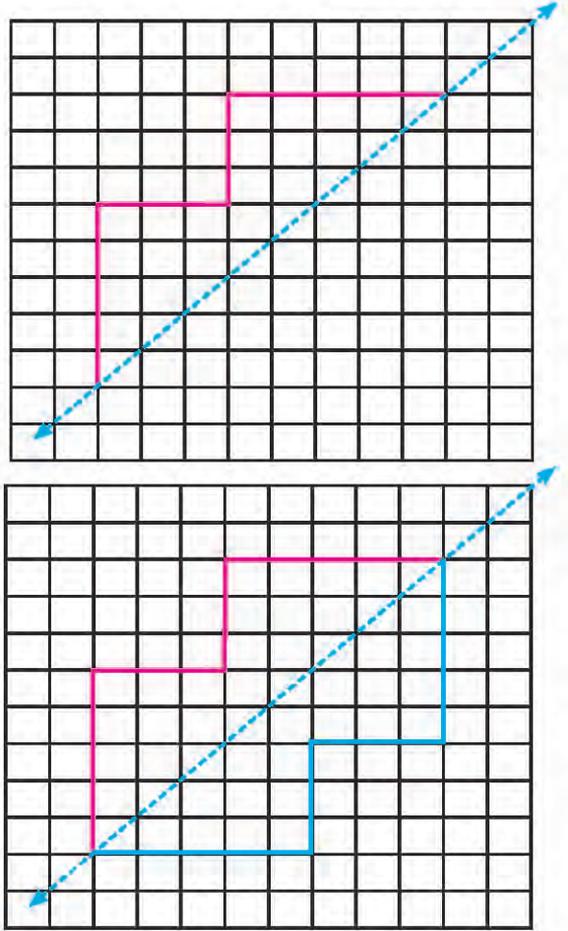
उदाहरण 1

दिइएको चित्रमा डट रेखालाई सममिति रेखा मानेर चित्र पूरा गर्नुहोस् ।

समाधान

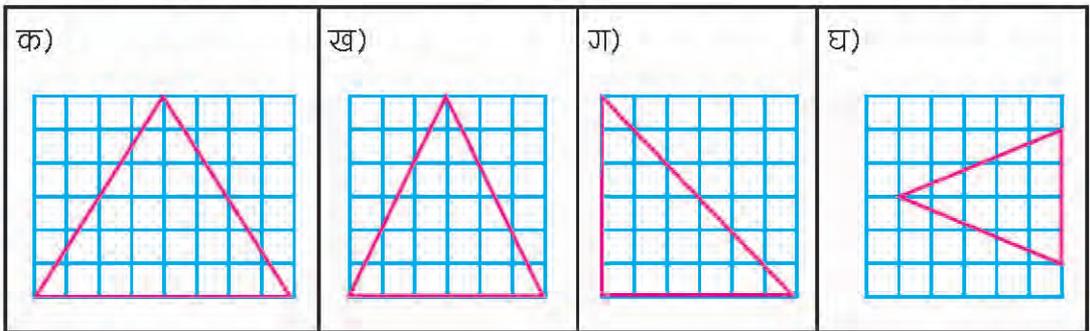
यहाँ, डट रेखालाई सममितिको अक्ष मान्दा, उक्त रेखाबाट अर्को तिर पनि उही नापको उस्तै चित्र बन्दछ । तसर्थ दिइएको चित्रको र यसको प्रतिबिम्बको दुरी सममिति अक्षबाट बराबर दुरीमा पर्दछ ।

यसको सममिति चित्र दायाँतिर देखाइएको छ ।

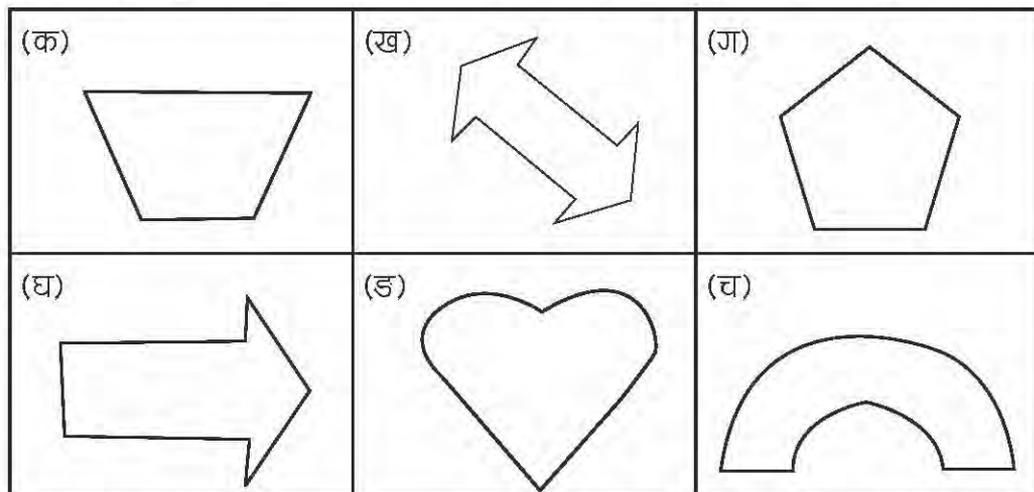


अभ्यास 19.1

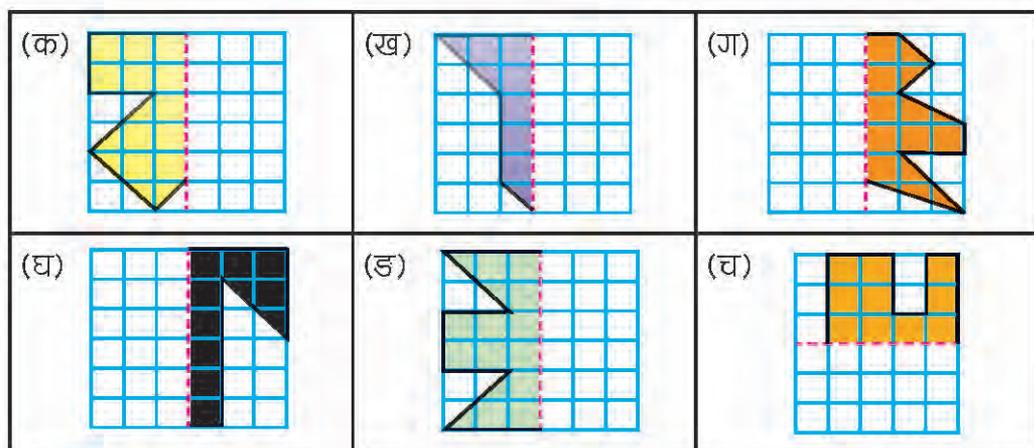
1. तलका त्रिभुजहरूलाई ग्राफ पेपरमा खिच्नुहोस् र सममिति रेखाहरू खिच्नुहोस् :



2. तल दिइएका प्रत्येक चित्रहरूको सममिति रेखा (रेखाहरू) खिच्नुहोस् :



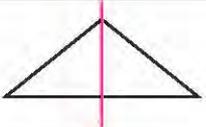
3. तलका चित्रहरूमा डट रेखालाई सममितिको अक्ष मानेर पूरा गर्नुहोस् :



4. अङ्ग्रेजी अक्षरका रेखीय सममिति भएका र नभएका अक्षरहरूको सूची तयार पार्नुहोस् ।

5. तलको तालिका पूरा गर्नुहोस् :

समतलीय आकृतिको नाम	सममिति रेखासहितको चित्र
समद्विबाहु त्रिभुज	

वर्ग	
आयत	
समबाहु त्रिभुज	

7. तलको सडक सङ्केतहरूमा सममिति छन् वा छैनन् पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 	(ख) 	(ग) 	(घ) 
---	---	---	---

8. दिइएको चित्र सममितीय चित्र हो वा होइन र किन, पत्ता लगाउनुहोस् :



परियोजना कार्य

तपाईंले देख्नुभएका वा तपाईंसँग भएका वस्तुहरूमध्ये सममिति हुने र नहुने १०/१० ओटा वस्तुहरूको नाम खोजी गरी कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

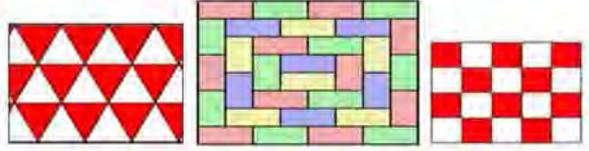
उत्तर

उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

19.2 आयत र वर्गबाट टेसेलेसन

(Tessellation from rectangle and square)

दिइएका चित्रहरू अवलोकन गर्नुहोस् । ती चित्रहरूमा कस्ता कस्ता आकृतिहरू कति कतिओटा पाइन्छन्, अवलोकन गरी सँगैका साथीसँग छलफल गरी सूची तयार पार्नुहोस् ।

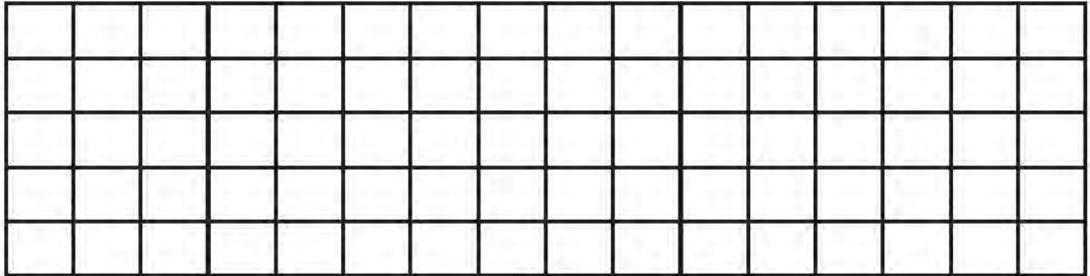


माथिका चित्रहरूमा क्रमशः त्रिभुजहरू, आयतहरू तथा वर्गहरू आपसमा निश्चित ढाँचामा एकअर्कामा नखटिने गरी तथा बिचमा खाली ठाउँ नरहने गरी मिलाइएको छ । यिनीहरू ज्यामितीय आकृतिहरूको टेसेलेसन हुन् ।

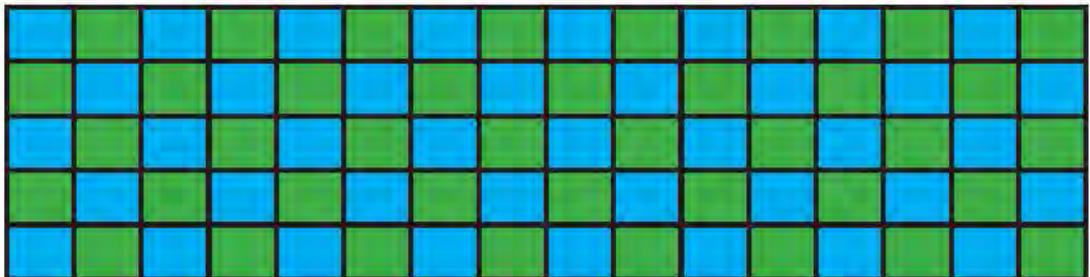
क्रियाकलाप 1

दिइएका चित्रको अवलोकन गरी सोधिएका प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :

- यो चित्र कस्ता ज्यामितीय आकृतिहरू मिलेर बनेको छ ?
- यस चित्रमा कस्ता कस्ता ढाँचाहरू देख्न सकिन्छ ?
- यसका वर्गाकार आकृतिहरूमा फरक फरक रङ भरेर फरक फरक तरिकाले प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

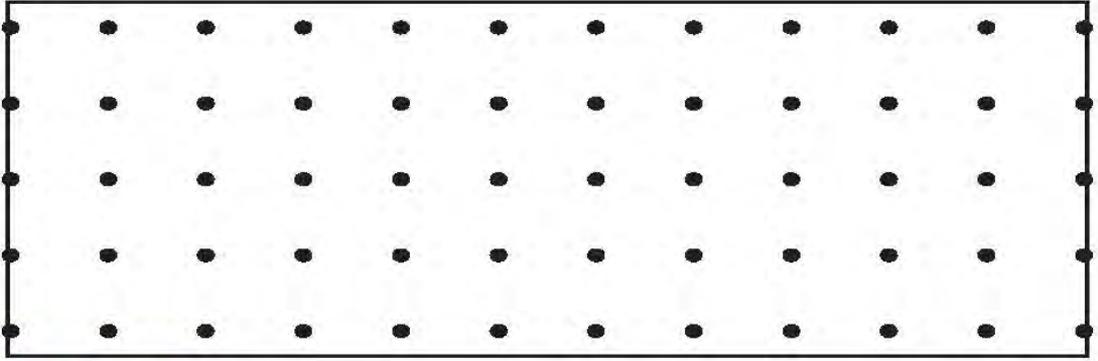


समाधान जस्तै : यउटा नमुना निम्नानुसार दिइएको छ :



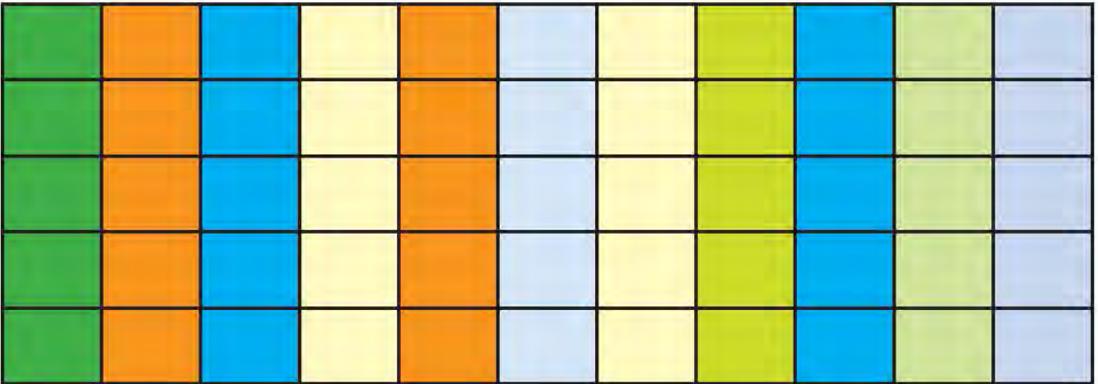
क्रियाकलाप 2

दिइएको थोप्लाहरू प्रयोग गरेर आयताकार टेसेलेसन बनाउनुहोस् र उपयुक्त रङ्ग भर्नुहोस् :



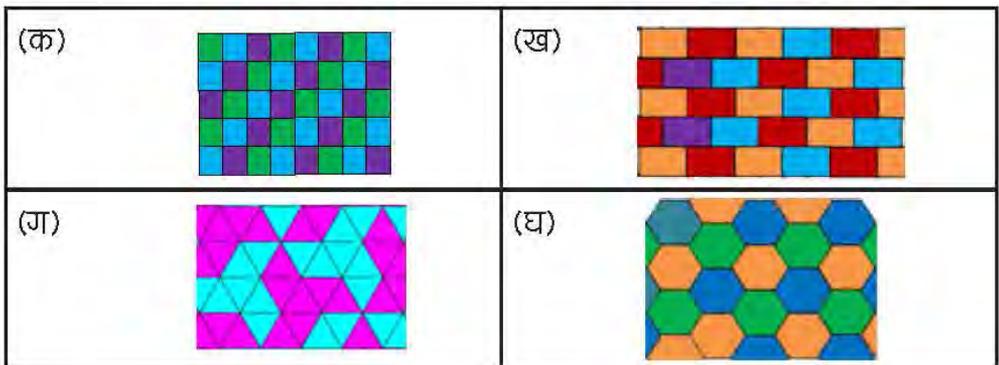
समाधान

माथिका थोप्लाहरू प्रयोग गरेर निम्नानुसारको आयतकार टेसेलेसन बनाउन सकिन्छ :

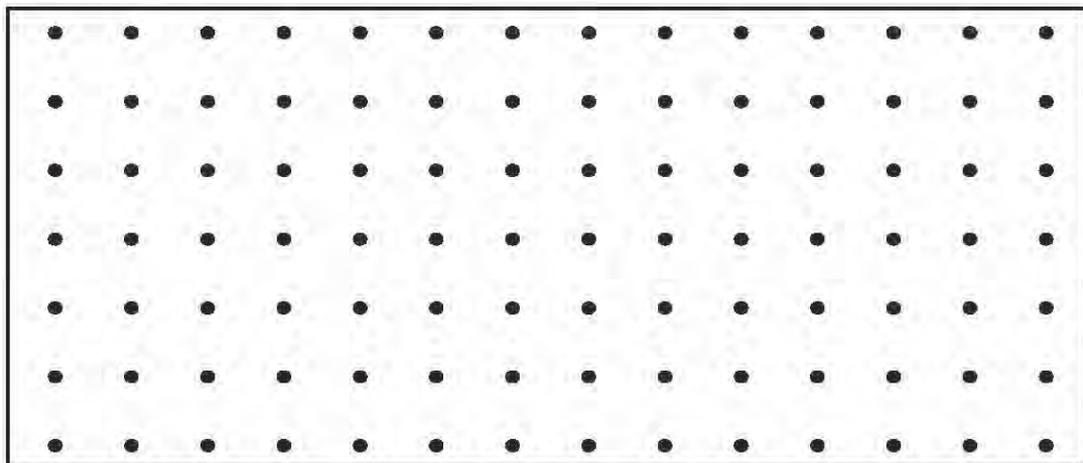


अभ्यास 19.2

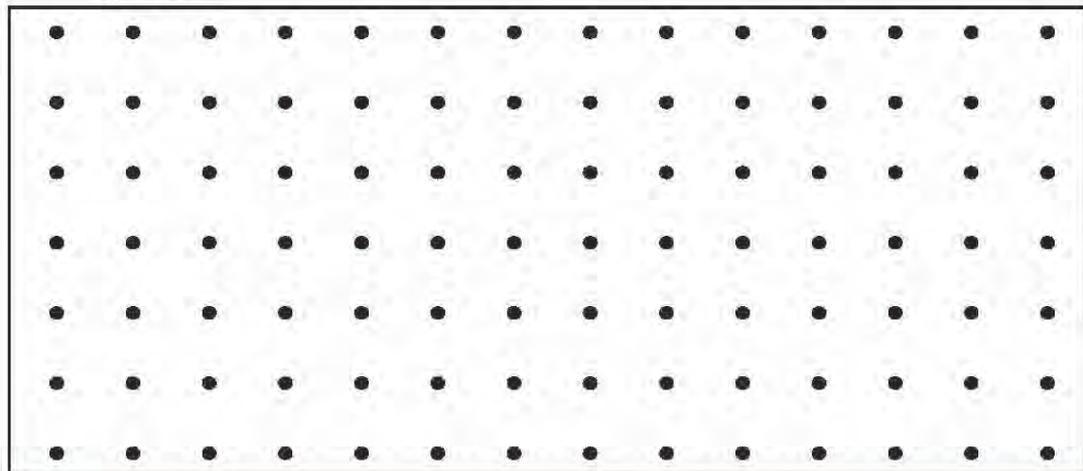
1. तलका चित्रहरूमा कुन आकृति कतिओटा छन्, पत्ता लगाउनुहोस् :



2. दिइएका थोप्लाहरू प्रयोग गरेर आयताकार टेसेलेसन बनाउनुहोस् र उपयुक्त रङ भर्नुहोस् :



3. तल दिइएका थोप्लाहरू प्रयोग गरेर वर्गाकार टेसेलेसन बनाउनुहोस् र उपयुक्त रङ भर्नुहोस् :



परियोजना कार्य

आफ्नो विद्यालय, घर, नजिकैको धार्मिक स्थलको भुइँ तथा भित्ताको अवलोकन गर्नुहोस् । उक्त स्थानका ढाँचाहरूको अवलोकन गरी आफ्नो कापीमा चित्र कोर्नुहोस् र रङसमेत भर्नुहोस् ।

उत्तर

उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

मिश्रित अभ्यास

1. तल दिइएका चित्रहरूमा भएका लम्ब र समानान्तर भुजाहरूको पहिचान गरी लेख्नुहोस् :

(क)		(ख)	
(ग)		(घ)	

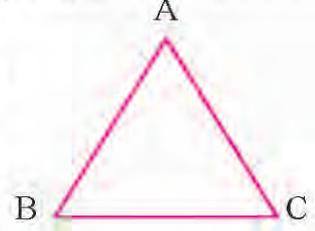
2. चाँदको प्रयोग गरी माथि प्रश्न न. 1 का चित्रहरूमा भएका कोणहरू नाप्नुहोस् र उक्त कोणहरूको प्रकारसमेत लेख्नुहोस् ।
3. तल दिइएका त्रिभुजहरूका कोणहरू तथा भुजाहरू नापेर कोणका आधारमा तथा भुजाका आधारमा वर्गीकरण गर्नुहोस् ।

(क)		(ख)	
(ग)		(घ)	

4. सउटा 5 cm को सिधा रेखाखण्ड AB खिच्नुहोस् । उक्त रेखाखण्डको लम्बार्धक खिच्नुहोस् । लम्बार्धकको 4 cm मा चिह्न लगाई C नाम दिनुहोस् । बिन्दुहरू C र A तथा C र B जोड्नुहोस् । कस्तो आकृति बन्थ्यो, लेख्नुहोस् ।
5. सउटा 6 cm को सिधा रेखाखण्ड AB खिच्नुहोस् । उक्त रेखाखण्डका बिन्दु A मा दायाँतिर 90° र बिन्दु B मा बायाँतिर 30° को कोण खिच्नुहोस् । कस्तो आकृति बन्छ, लेख्नुहोस् ।
6. सउटा सिधा रेखाखण्ड PQ खिच्नुहोस् । उक्त रेखाखण्डका बिन्दुहरू P र Q मा ती

बिन्दुको दायाँतिर 120° का कोणहरू खिचनुहोस् । सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी PQ सँग समानान्तर हुने गरी रेखाखण्ड RS खिचनुहोस् । कस्तो आकृति बन्छ, लेख्नुहोस् ।

7. सँगैको त्रिभुजको भुजा BC को लम्बार्धक खिचनुहोस् । BC र लम्बार्धकको प्रतिच्छेदित बिन्दु र शीर्षबिन्दु A जोडनुहोस् । यसरी बन्ने दुई त्रिभुजहरू कस्ता त्रिभुजहरू हुन्छन् कोण नापेर पत्ता लगाउनुहोस् ।



8. सउटा सिधा रेखाखण्ड AB खिचनुहोस् । उक्त रेखाखण्डको बिन्दु A मा दायाँतिर र बिन्दु B मा बायाँतिर $60^\circ/60^\circ$ का कोणहरू खिचनुहोस् । त्यसपछि कस्तो आकृति बन्थ्यो, सबै कोणहरू र भुजाहरू नापेर लेख्नुहोस् ।

9. सउटा सिधा रेखाखण्ड $XY = 6 \text{ cm}$ खिचनुहोस् । उक्त रेखाखण्डका बिन्दु X मा दायाँतिर 90° र बिन्दु Y मा बायाँतिर 60° को कोण खिचनुहोस् । कस्तो आकृति बन्थ्यो, सबै कोणहरू र भुजाहरू नापेर लेख्नुहोस् ।

10. सउटा सिधा रेखाखण्ड $PQ = 7 \text{ cm}$ खिचनुहोस् । सेटस्क्वायरको प्रयोग गरी PQ सँग समानान्तर हुने गरी सउटा रेखा XY खिचनुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी उक्त रेखाखण्डका बिन्दुहरू P र Q मा एकैतिर 80° का कोणहरू खिचनुहोस् र XY मा काटिसका बिन्दुहरूलाई R र S नामाकरण गर्नुहोस् । सबै कोणहरू र भुजाहरू नापेर कस्तो आकृति बन्थ्यो, लेख्नुहोस् ।

11. सउटा षड्भुजाकार ट्याङ्कीको जम्मा समतलीय सतहको सङ्ख्या 6 छ । त्यसका किनाराहरूको सङ्ख्या 12 भएमा कुनाको सङ्ख्या कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

12. समतलीय आकृति र ठोस वस्तुमा के फरक छ, चित्रसहित लेख्नुहोस् ।

13. $(0, 9)$, $(5, 9)$, $(0, -2)$ र $(5, -2)$ निर्देशाङ्कहरूलाई वर्गाङ्कित कागज (लेखाचित्रमा) मा अङ्कन गर्नुहोस् र ति बिन्दुहरूलाई क्रमैसँग जोडेर कस्तो आकृति बन्छ, नाम लेख्नुहोस् ।

14. सिधा रेखा $AB = 5 \text{ cm}$ खिचनुहोस् ।

(क) $\angle BAX = 90^\circ$ र $\angle ABY = 90^\circ$ खिचनुहोस् ।

(ख) कम्पासमा 7 cm अर्धव्यास लिसर AX र BY मा चापहरू खिचनुहोस् र बिन्दु C र D नाम दिनुहोस् ।

(ग) बिन्दुहरू C र D तथा D र A जोडनुहोस् ।

(घ) त्रिभुज ACD को सबै कोण र भुजाहरूको नाप पत्ता लगाई कस्तो त्रिभुज हो, लेख्नुहोस् ।

तथ्याङ्कशास्त्र (Statistics)

20.0 पुनरवलोकन (Review)

ललिताका घरमा २०७६ साल, वैशाख महिनामा प्रयोग भएका खाद्यान्नहरूको विवरण तलको तालिकामा दिइएको छ । सो तालिकाको अध्ययन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

क्र.स.	खाद्यान्नहरूको नाम	सामानको परिमाण
1.	आलु	10 kg
2.	केराउ	3 kg
3.	नुन	2 kg
4.	चिनी	5 kg
5.	चामल	40 kg
6.	मसला	1 kg
7.	दाल	7 kg
8.	चिउरा	6 kg

- (क) ललिताका घरमा सबैभन्दा धेरै प्रयोग भएको सामान कुन हो ?
 (ख) उनका घरमा सबैभन्दा थोरै प्रयोग भएको सामान कुन हो ?
 (ग) ललिताका घरमा एक महिनामा चिनी कति प्रयोग हुने रहेछ ?
 (घ) ललिताका घरमा एक महिनामा कति kg खाद्यान्न खपत हुने रहेछ ?

20.1 बारम्बारता तालिका (Frequency table)

क्रियाकलाप 1

कक्षा 6 का विद्यार्थीहरूलाई कुन तरकारी बढी मन पराउनुहुन्छ भनी सोधिएको प्रश्नमा प्रतिक्रिया यसप्रकार पाइयो :

बोडी	सिमी	घिरौला	काउली	घिरौला	बोडी	काउली
काउली	सिमी	काउली	सिमी	फर्सी	घिरौला	फर्सी
सिमी	फर्सी	काउली	घिरौला	फर्सी	बोडी	फर्सी
बन्दा	काउली	सिमी	घिरौला	बन्दा	सिमी	बोडी
काउली	बन्दा					

माथिको जानकारीलाई तल दिइएको तालिकामा जस्तै गरी प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

तरकारीको नाम	मिलान चिह्न (Tally mark)	बारम्बारता (Frequency)
बोडी		4
घिरौला		
काउली		
सिमी		
फर्सी		
बन्दा		
जम्मा		

अब माथिको तालिकाका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

- (क) सबैभन्दा धेरै विद्यार्थीलाई मन पर्ने तरकारी कुन हो ?
- (ख) सबैभन्दा थोरै विद्यार्थीलाई मन पर्ने तरकारी कुन हो ?
- (ग) कति जनाले काउली मन पराउँदा रहेछन् ?
- (घ) सो कक्षामा कुल विद्यार्थी कति रहेछन् ?

कुनै विषयवस्तुका बारेमा सङ्कलित जानकारीलाई आँकडा वा तथ्याङ्क (Data) भनिन्छ । सुरुको सङ्कलित तथ्याङ्कलाई कोरा तथ्याङ्क (Raw data) भनिन्छ । यस्ता तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न र बारम्बारता प्रयोग गरी तालिकामा प्रस्तुत गर्दा जानकारी लिन धेरै सजिलो हुन्छ । कुनै पनि विषयवस्तुका अध्ययन वा तथ्याङ्क सङ्कलन गर्ने क्रममा सो विषयवस्तुका दोहोरिने पटकलाई सो वस्तुको बारम्बारता (Frequency) भनिन्छ । दिइएको प्रारम्भिक तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न र बारम्बारतामा प्रस्तुत गरिएको तालिकालाई बारम्बारता तालिका (Frequency table) भनिन्छ ।

उदाहरण 1

1. डेरी पसलेले टोलका केही परिवारलाई निम्नानुसार दुध वितरण गर्ने रहेछन् :
- | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 500ml | 700ml | 1000ml | 500ml | 2000ml | 1000ml |
| 1500ml | 1500ml | 1000ml | 500ml | 500ml | 500ml |
| 1000ml | 700ml | 500ml | 500ml | 700ml | 500ml |
| 500ml | 1000ml | 700ml | 1000ml | 1500ml | 500ml |
| 700ml | 700ml | 2000ml | 1000ml | 2000ml | 1500ml |

यस आँकडालाई मिलान चिह्नसहित बारम्बारता तालिकामा देखाएर निम्नलिखित प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

- (क) सबैभन्दा धेरै दुध उपभोग गर्ने परिवारको सङ्ख्या कति छ ?
(ख) सबैभन्दा थोरै दुध उपभोग गर्ने परिवारको सङ्ख्या कति छ ?
(ग) उक्त टोलमा दुध उपभोग गर्ने कुल परिवारको सङ्ख्या कति रहेछ ?

समाधान

उक्त प्रारम्भिक तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउँदा,
बारम्बारता तालिका (Frequency Table)

क्र.स.	दुधको मात्रा (ml)	मिलान चिह्न	बारम्बारता
1.	500		10
2.	700		6
3.	1000		7
4.	1500		4
5.	2000		3

बारम्बारता तालिकाका आधारमा माथि दिएको प्रश्नहरूको उत्तर यसप्रकार छ :

- (क) सबैभन्दा धेरै दुध उपभोग गर्ने परिवारको सङ्ख्या 10 छ । सो 10 परिवारले 500ml दुध उपभोग गर्छन् ।
(ख) सबैभन्दा थोरै दुध उपभोग गर्ने परिवारको सङ्ख्या 3 छ । सो 3 परिवारले 2000ml दुध उपभोग गर्छन् ।
(ग) उक्त टोलमा दुध उपभोग गर्ने कुल परिवारको सङ्ख्या 30 छ ।

अभ्यास 20.1

1. श्रीकृष्ण माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 6 का 30 जना विद्यार्थीहरूको गणित विषयको 20 पूर्णाङ्कको परीक्षामा पाएको प्राप्ताङ्क निम्नानुसार छ । उक्त तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् :

2	14	9	6	13	7	8	11	12	9
5	4	15	19	20	17	16	13	20	19
15	9	15	12	17	13	18	19	16	15

2. कक्षा 10 का 32 जना विद्यार्थीहरूको उचाइ (से.मि.) तल दिइअनुसार छ :

123	122	121	120	124	120	122	121	120	123	120	122
124	123	121	124	120	124	122	121	123	122	123	123
122	121	120	124	120	121	123	122				

यस तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् ।

3. सडटा जुत्ता कारखानाका कामदारहरूको दैनिक ज्याला (रु.) यस प्रकार छ :

170	200	150	180	220	170	190	160	220	200	150	180
160	220	210	180	210	200	180	160	180	170	200	150
180	210	220	190	180	170	160	180	150	200	220	190
180	170	180	160								

माथिको तथ्याङ्कका आधारमा मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् ।

4. भाग्योदय आधारभूत विद्यालयका कक्षा 6 का विद्यार्थीहरू पैदल तथा अन्य साधन प्रयोग गरी विद्यालय आउँछन् । यस तथ्याङ्कलाई निम्नानुसार दिइएको छ :

बस	साइकल	साइकल	ट्याक्सी	मोटरसाइकल	पैदल	बस
पैदल	ट्याक्सी	पैदल	बस	पैदल	ट्याक्सी	पैदल
पैदल	साइकल	मोटरसाइकल	पैदल	साइकल	साइकल	ट्याक्सी
ट्याक्सी	बस	साइकल	बस	ट्याक्सी	पैदल	पैदल
बस	मोटरसाइकल	पैदल	बस	मोटरसाइकल	मोटरसाइकल	बस
पैदल	ट्याक्सी	बस	साइकल	पैदल		

माथिको जानकारीलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् र निम्न प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।

- (क) सबैभन्दा धेरै विद्यार्थी कुन समूहमा पर्दा रहेछन् ?
- (ख) सबैभन्दा कम विद्यार्थी कुन समूहमा पर्दा रहेछन् ?
- (ग) कति जना विद्यार्थी पैदल हिंडेर विद्यालय आउँने रहेछन् ?
- (घ) कुन समूहमा बराबर विद्यार्थी पर्दा रहेछन्, किन ?
- (ङ) सो कक्षामा कति विद्यार्थी रहेछन् ?

परियोजना कार्य

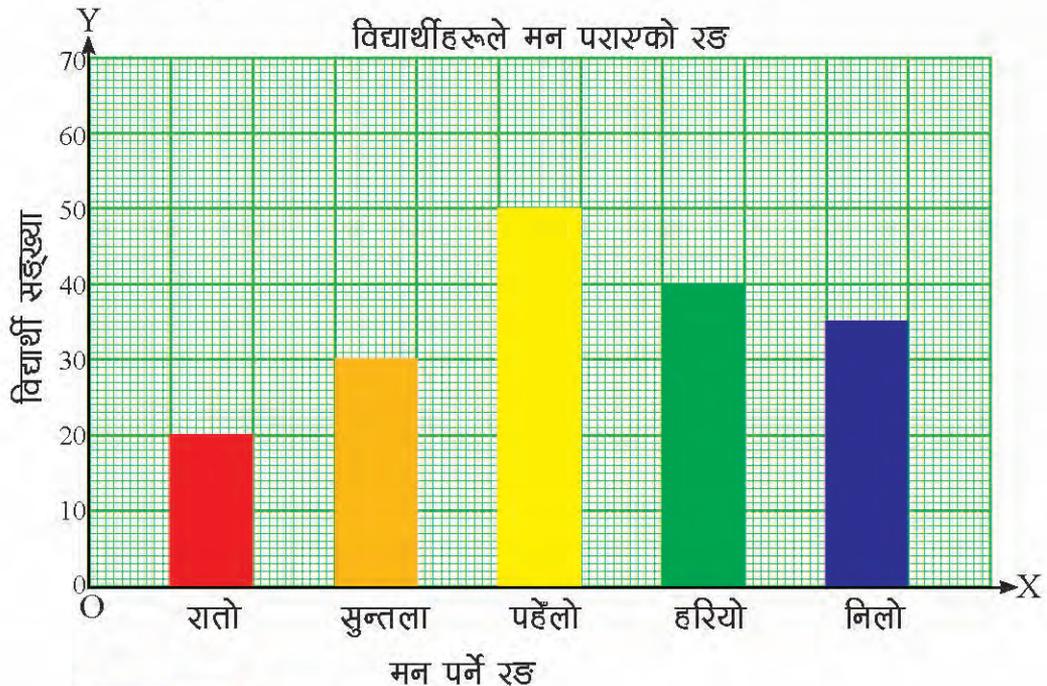
तपाईंको कक्षाका सबै साथीहरूले पहिलो त्रैमासिक परीक्षामा प्राप्त गरेको गणित विषयको प्राप्ताङ्कलाई बारम्बारता तालिकामा देखाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

20.2 साधारण स्तम्भ चित्र (Simple bar diagram)

कक्षा 6 का विद्यार्थीहरूलाई 'कुन रङ बढी मन पराउनुहुन्छ' भनी सोधिएको प्रश्नको उत्तरका आधारमा तयार गरिएको स्तम्भ चित्रको अध्ययन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् :



- (क) सबैभन्दा धेरै विद्यार्थीले मन पराएको रङ कुन हो ?
 (ख) सबैभन्दा थोरै विद्यार्थीले मन पराएको रङ कुन हो ?
 (ग) कति जना विद्यार्थीले हरियो रङ मन पराउँदा रहेछन् ?
 (घ) सो विद्यालयमा कति जना विद्यार्थी रहेछन् ?
 (ङ) माथिको चित्रलाई के भनिन्छ होला ?

आयताकार स्तम्भहरूको उचाइले आँकडाको बारम्बारता जनाउने गरी आँकाडाहरूलाई आयताकार स्तम्भको प्रयोग गरी बनाइएको चित्रलाई स्तम्भ चित्र भनिन्छ ।

स्तम्भ चित्र बनाउँदा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू

1. स्तम्भ चित्र बनाउँदा X- अक्ष र Y- अक्ष स्पष्ट कोरिएको हुनुपर्छ ।
2. प्रत्येक स्तम्भ चित्रको शीर्षक दिएको हुनुपर्छ ।
3. प्रत्येक स्तम्भको चौडाइ बराबर हुनुपर्छ ।
4. दुईओटा स्तम्भबिचको दुरी बराबर हुनुपर्छ ।

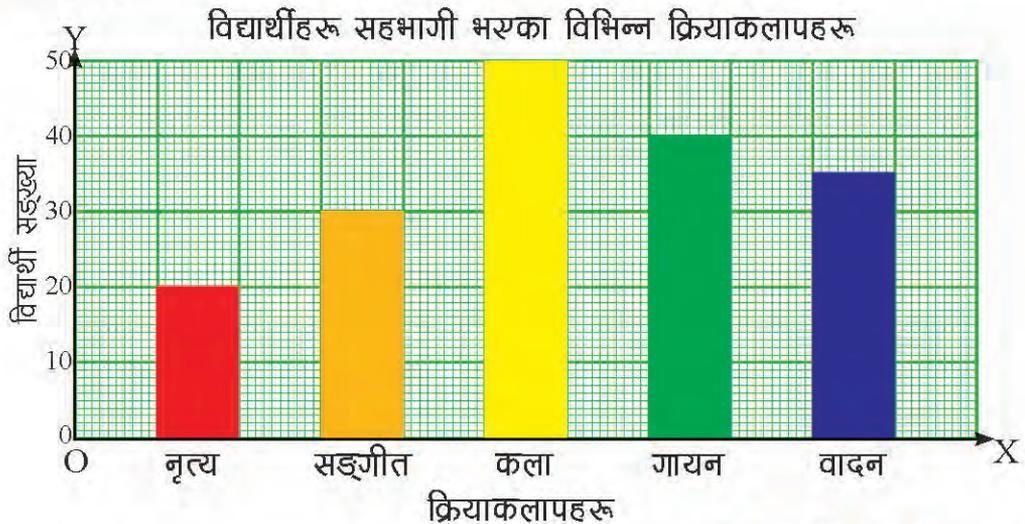
उदाहरण 1

ज्ञानोदय माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 10 का 150 विद्यार्थीहरू सहभागी हुने विभिन्न क्रियाकलापहरूको आँकडालाई निम्नानुसार दिइएको छ । उक्त तथ्याङ्कको साधारण स्तम्भ चित्रलाई ग्राफमा देखाउनुहोस् :

क्रियाकलापहरू (Activities)	नृत्य	सङ्गीत	कला	गायन	वादन
विद्यार्थी सङ्ख्या (No. of Students)	30	40	35	20	25

समाधान

उक्त तथ्याङ्कको साधारण स्तम्भ चित्रलाई ग्राफमा देखाउँदा



अभ्यास 20.2

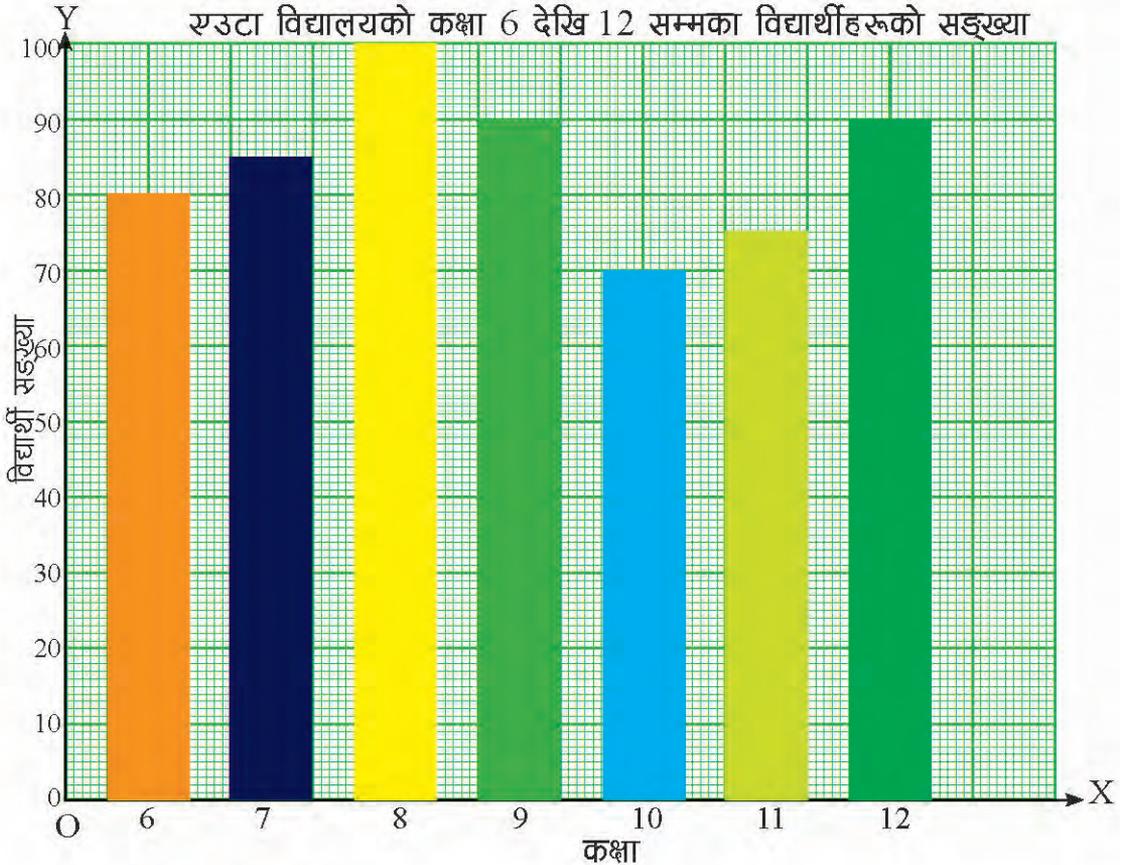
1. तलको तथ्याङ्कलाई साधारण स्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् :

दिनहरू (Days)	आइतबार	सोमबार	मङ्गलबार	बुधबार	बिहीबार	शुक्रबार
अनुपस्थित विद्यार्थी (Absent students)	5	10	25	10	5	5

2. सौरभले कक्षा 6 को पहिलो त्रैमासिक परीक्षामा प्राप्त गरेको अङ्क तलको तालिकामा दिएको छ । उक्त प्राप्ताङ्कलाई स्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् :

विषय (Subject)	नेपाली	गणित	अङ्ग्रेजी	विज्ञान तथा प्रविधि	सामाजिक अध्ययन तथा मानव मूल्य शिक्षा
प्राप्ताङ्क (Marks obtained)	65	90	75	80	55

3. तलको साधारण स्तम्भ चित्रमा कुनै सउटा विद्यालयका कक्षा 6 देखि 12 सम्मका विद्यार्थीहरूको सङ्ख्या दिइएको छ । उक्त साधारण स्तम्भ चित्रको अवलोकन गरी निम्नलिखत प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :



- (क) कुन कक्षामा सबैभन्दा धेरै विद्यार्थीहरू छन् ?
 (ख) सबैभन्दा थोरै विद्यार्थी भएको कक्षा कुन हो ?
 (ग) कक्षा 8 र 11 मा कति कति जना विद्यार्थी रहेछन् ?
 (घ) सो विद्यालयमा कक्षा 6 देखि 12 सम्म कति विद्यार्थी रहेछन् ?
 (ङ) उक्त साधारण स्तम्भ चित्रको बारम्बारता तालिका तयार गर्नुहोस् ।

4. एउटा पशु फर्ममा भएका पशुहरूको विवरण तल दिएको छ । उक्त आँकडामा भएका पशुहरूको सङ्ख्यालाई स्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् :

पशु (Animal)	गाई	भैंसी	भेडा	बाख्रा	बुङ्गुर
पशुहरूको सङ्ख्या (Number of animals)	15	10	35	40	25

परियोजना कार्य

तपाईंको विद्यालयमा भएका कक्षागत विद्यार्थी सङ्ख्या सङ्कलन गरी स्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् । सोको प्रतिवेदनसहित कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

उत्तर शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

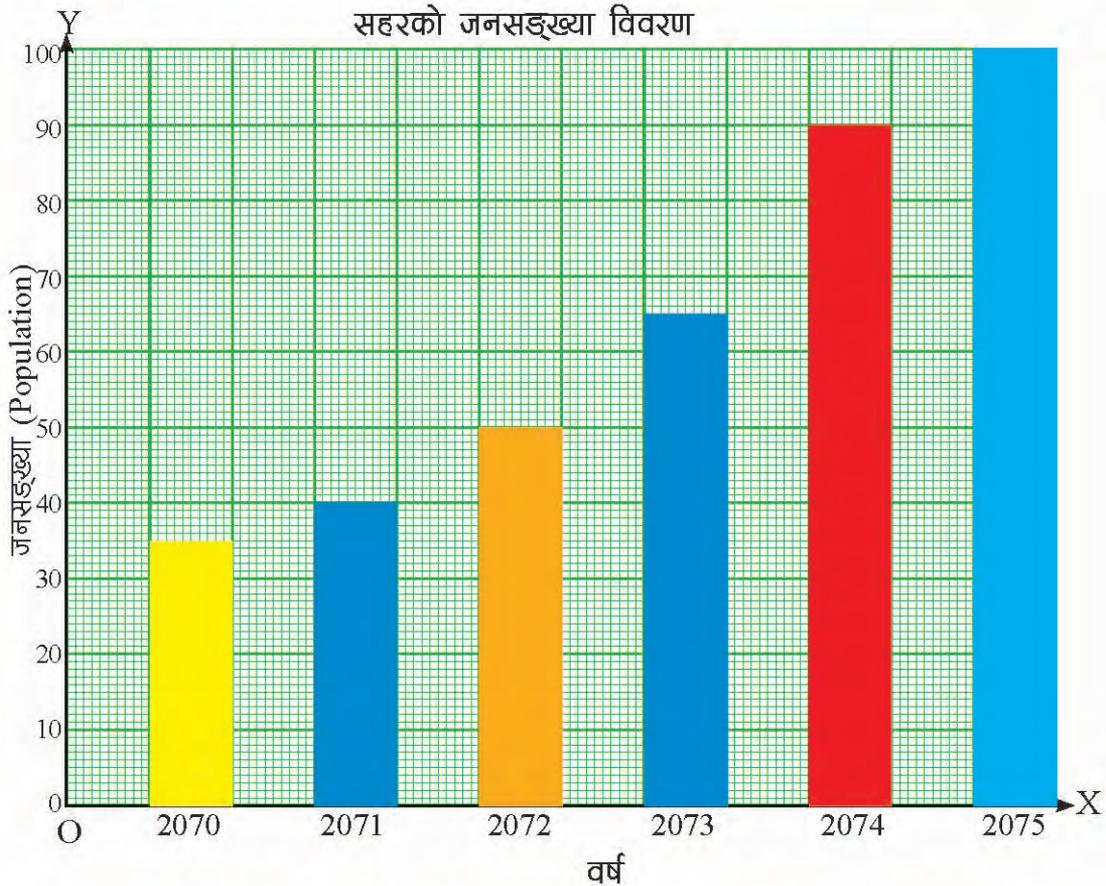
मिश्रित अभ्यास

1. कक्षा 6 का 39 जना विद्यार्थीहरूलाई तपाईंको परिवारमा कति जना सदस्य सङ्ख्या हुनुहुन्छ भनी सोधिएका प्रश्नमा निम्नलिखित आँकडा प्राप्त भयो :

3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 5 5 5
 5 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6 6 7
 7 7 7 7 4 5 6 7 4 5 6 3 5

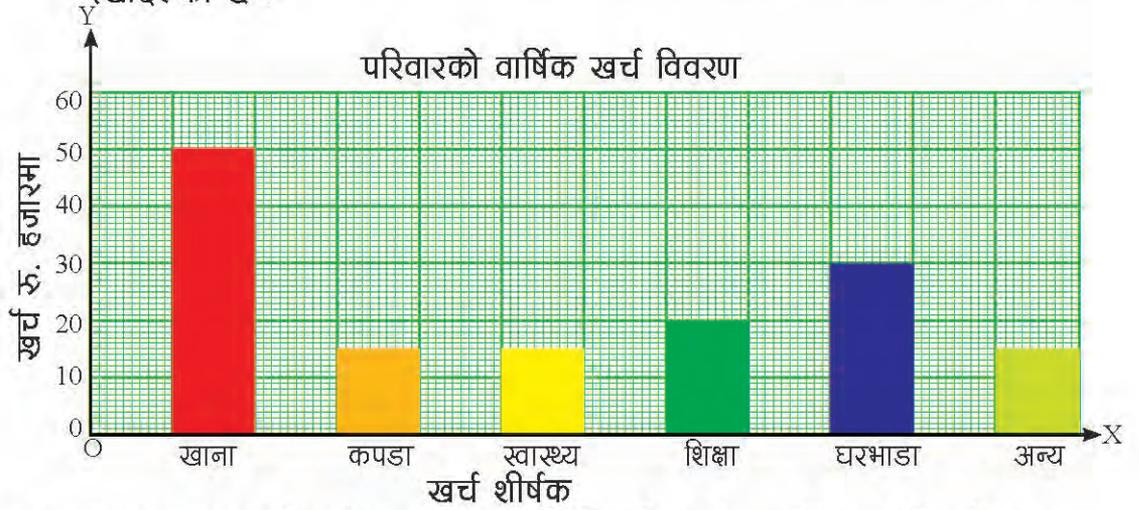
उक्त तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् । साथै उक्त तथ्याङ्कको साधारण स्तम्भ चित्र पनि बनाउनुहोस् ।

2. दिइएको स्तम्भ चित्रमा कुनै एउटा सहरको 6 वर्षको जनसङ्ख्या (लाखमा) दिइएको छ । उक्त स्तम्भ चित्रको अवलोकन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् ।



- (क) कुन वर्षमा सबैभन्दा धेरै जनसङ्ख्या रहेछ ?
- (ख) 2072 सालको जनसङ्ख्या कति रहेछ ?
- (ग) कुन वर्षमा थोरै जनसङ्ख्या वृद्धि भएको छ र कतिले ?
- (घ) उक्त साधारण स्तम्भ चित्रको बारम्बारता तालिका तयार गर्नुहोस् ।

3. एउटा परिवारको वार्षिक खर्चलाई (रु. हजारमा) तलको साधारण स्तम्भ चित्रमा देखाइएको छ :



उक्त साधारण स्तम्भ चित्रको अवलोकन गरी निम्नलिखत प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

- (क) उक्त परिवारको सबैभन्दा धेरै वार्षिक खर्च कुन शीर्षकमा हुँदोरहेछ ?
- (ख) उक्त परिवारको शिक्षामा वार्षिक कति खर्च हुँदोरहेछ ?
- (ग) कुन कुन शीर्षकमा बराबर खर्च हुँदोरहेछ र कति ?
- (घ) उक्त परिवारको वार्षिक कुल खर्च कति हुँदोरहेछ ?
- (ङ) उक्त परिवारको वार्षिक खर्चको कति प्रतिशत खानामा खर्च हुँदोरहेछ ?
- (च) माथिको साधारण स्तम्भ चित्रबाट प्राप्त जानकारीका आधारमा बारम्बारता तालिका तयार गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

सबै जना विद्यार्थीहरू 5 ओटा समूहमा विभाजन भएर विद्यालय वरिपरिका फरक फरक 5 ओटा टोलमा जानुहोस् र 50 जना मानिसहरूसँग उनीहरूको रक्त समूहका बारेमा जानकारी लिनुहोस् । उक्त तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्नसहितको बारम्बारता तालिका र साधारण स्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
2. (क) 2075 साल (ख) 50 लाख (ग) 2071 सालमा 5 लाखले
(घ) शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।
3. (क) खानामा 50 हजार (ख) 20 हजार (ग) कपडा, स्वास्थ्य र अन्य 15 हजार
(घ) 1 लाख 40 हजार (ङ) 35.71 % (च) शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।